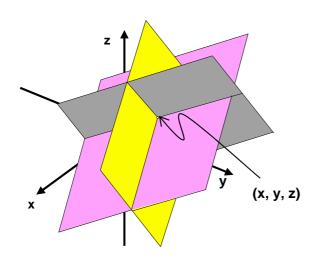


### UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES PLANTEL ORIENTE

# MATEMÁTICAS TERCER SEMESTRE ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA ANALÍTICA



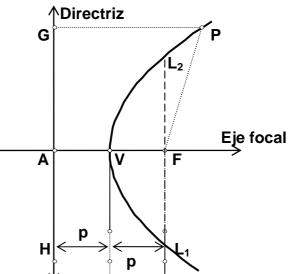


$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{11}\mathbf{X}_1 + \mathbf{a}_{12}\mathbf{X}_2 + \mathbf{a}_{13}\mathbf{X}_3 &= \mathbf{C}_1 \\ \mathbf{a}_{21}\mathbf{X}_1 + \mathbf{a}_{22}\mathbf{X}_2 + \mathbf{a}_{23}\mathbf{X}_3 &= \mathbf{C}_2 \end{aligned}$$

$$\mathbf{a}_{31}\mathbf{X}_1 + \mathbf{a}_{32}\mathbf{X}_2 + \mathbf{a}_{33}\mathbf{X}_3 = \mathbf{c}_3$$

$$(x-h)^2=4p(y-k)$$

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$



#### Autores:

Rosa María Bayona Celis Jesús García López Carlos A. Jiménez Moreno Sonia Jiménez Sánchez Ma. Del Carmen Olivera Martínez Rafael Solís Pineda

Organizadora:

Ma. Del Carmen Martínez Tapia

Seminario de Matemáticas-Club de Matemáticas Edición revisada, agosto de 2007 Segunda edición: agosto de 2007.

Toda reproducción total o parcial está permitida siempre y cuando se especifique la fuente.

## MATERIALES PRODUCIDOS POR INTEGRANTES DEL **SEMINARIO DE MATEMÁTICAS CLUB DE MATEMÁTICAS** PARA ESTUDIANTES DEL CCH.

#### MATEMÁTICAS I.

Rosa María Bayona Celis, Carlos A. Jiménez Moreno, Sonia Jiménez Sánchez, María del Carmen Martínez Tapia, María del Carmen Olivera Martínez, Rafael Solís Pineda.

UNAM, CCH Oriente, agosto de 2007, edición revisada.

#### PAQUETE DIDÁCTICO PARA EL CURSO DE MATEMÁTICAS II.

Rosa María Bayona Celis, Alejandra G. Bravo Ortiz, Mario Emilio Domínguez y Baños, Sonia Jiménez Sánchez, María del Carmen Martínez Tapia, María del Carmen Olivera Martínez.

UNAM, CCH Oriente, enero de 2005.

#### PAQUETE DIDÁCTICO PARA EL CURSO DE MATEMÁTICAS IV.

Arturo Ávila Curiel, Fernando F. Hernández Velasco, Francisco J. Hernández Velasco, Carlos A. Jiménez Moreno, Víctor M. Pérez Torres, Rafael Solís Pineda.

UNAM, CCH Oriente, enero de 2005.

#### CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I.

Arturo Ávila Curiel, Alejandra G. Bravo Ortiz, Mario Emilio Domínguez y Baños, Fernando F. Hernández Velasco, Francisco J. Hernández Velasco, Víctor M. Pérez Torres.

UNAM, CCH Oriente, agosto de 2007, edición revisada.

#### CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II.

Alejandra G. Bravo Ortiz, Mario Emilio Domínguez y Baños, Fernando F. Hernández Velasco, Francisco J. Hernández Velasco, Víctor M. Pérez Torres. UNAM, CCH Oriente, enero de 2007.

## GUÍA PARA EL EXAMEN EXTRAORDINARIO DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL II.

Alejandra G. Bravo Ortiz, Mario Emilio Domínguez y Baños, Fernando F. Hernández Velasco, Francisco J. Hernández Velasco, Víctor M. Pérez Torres. UNAM, CCH Oriente, mayo de 2006.

Impreso en el plantel Oriente del Colegio de Ciencias y Humanidades, UNAM. Departamento de Impresión a cargo de Rosendo Vargas Torres. Portada de Rafael Solís Pineda.

ÍNDICE	iii
Presentación	iv
UNIDAD 1. SOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES	1
Sección 1. Situaciones que dan lugar a sistemas de ecuaciones	
lineales.	2
Sección 2. Sistemas de ecuaciones lineales 2x2 y 3x3.	4
Sección 3. Sistemas de ecuaciones equivalentes.	10
Sección 4. Métodos de reducción y de sustitución.	13
Sección 5. Sistemas de ecuaciones no lineales 2x2.	19
UNIDAD 2. SISTEMAS DE COORDENADAS Y LUGARES	
GEOMÉTRICOS	24
Sección 1. Estudio analítico de un punto en el plano.	26
Sección 2. Estudio analítico de un segmento rectilíneo en el plano	
cartesiano.	34
Sección 3. Estudio analítico de algunos lugares geométricos en el	
plano cartesiano.	46
UNIDAD 3. LA RECTA Y SU ECUACIÓN CARTESIANA	52
Sección 1. La Recta ubicada en el Plano Cartesiano.	52
Sección 2. La Ecuación Cartesiana de la Recta cuando se conocen:	
a) Las coordenadas de dos de sus puntos; b) Su	
pendiente y las coordenadas de uno de sus puntos; c)	
La ordenada al origen y su pendiente; d) Cuándo es	EC
paralela a uno de los ejes de coordenadas.	56
Sección 3. Tratamiento analítico para determinar a partir de la	
ecuación de una o dos rectas: a) Los elementos	
geométricos que la definen: ángulo de inclinación y uno de sus puntos, o dos de sus puntos; b) Si un punto	
cuyas coordenadas se conocen, pertenece o no a una	
recta; c) La intersección de dos rectas que se cortan; d)	
El ángulo entre dos rectas que se cortan; e) La	
condición de perpendicularidad o paralelismo de dos	
rectas.	66
Sección 4. Solución analítica de problemas de corte euclidiano	84
UNIDAD 4. ELIPSE, CIRCUNFERENCIA Y SUS ECUACIONES	0-1
CARTESIANAS.	92
Sección 1. Estudio de la Elipse. La elipse como lugar geométrico.	93
Sección 2. Ecuación de la elipse con ejes paralelos a los ejes de	
coordenadas.	96
Sección 3. Aplicaciones.	98
Sección 4. Estudio de la Circunferencia. La circunferencia como	
lugar geométrico.	107
Sección 5. Ecuación de la circunferencia.	108
Sección 6. Aplicaciones.	110
UNIDAD 5. LA PARÁBOLA Y SU ECUACIÓN CARTESIANA.	117
Sección 1. La parábola como lugar geométrico	117
Sección 2. Ecuación de la parábola con eje paralelo a alguno de	
los ejes de coordenadas.	122
Sección 3. Aplicaciones.	136
Solución de los ejercicios complementarios.	144

#### TERCER SEMESTRE DE MATEMÁTICAS ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA ANALÍTICA

#### Presentación.

Esta edición se encuentra revisada y corregida, tomando en cuenta las opiniones de profesores y alumnos que utilizaron el libro el año anterior. Esperamos que los cambios favorezcan tu comprensión de los temas que se tratan y te invitamos a que nos señales tus dudas y sugerencias para mejorarlo.

En este libro, el cual desarrolla el programa de Matemáticas III vigente, se generalizan los procedimientos algebraicos de solución para sistemas de ecuaciones, pasando de sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas a tres ecuaciones con tres incógnitas, así como a sistemas que involucran ecuaciones cuadráticas.

Se trabaja con representaciones que permiten la generalización de las propiedades de los objetos geométricos, así como su aplicación, retomando conocimientos con los que trabajaste en otros semestres, por lo que es conveniente que revises, estudies y preguntes a tu profesor sobre los conceptos o procedimientos que se dan por conocidos, así como sobre todos los nuevos conceptos y procedimientos con los que se trabaja a lo largo del semestre.

La geometría analítica, se centra en el enfoque en el método analítico, el cual permite representar y analizar a través del álgebra, a las curvas y los objetos geométricos, que desde el punto de vista de la geometría euclideana sólo admiten formas particulares de estudio.

Es importante que el analices cómo a través de la introducción de un sistema de coordenadas y del manejo del método analítico, se obtienen procedimientos generales de construcción y análisis; que facilitan la deducción de resultados geométricos, y se favorece y profundiza el estudio del comportamiento de los lugares geométricos al identificar las características de los parámetros que las definen. Lo cual permite extender el campo de aplicaciones de la geometría euclidiana.

El tratamiento de la temática se ha diseñado con el propósito de que te apropies de estrategias generales y ubiques la importancia de contar con diversas formas de representación que apoyan la comprensión y facilitan el trabajo, dependiendo de los elementos o condiciones que se estipulan en un problema.

Los propósitos del curso, a lo largo del semestre, son los siguientes:

- Incrementar tu capacidad de resolver problemas al adquirir estrategias generales, tanto en la solución de los sistemas de ecuaciones, como en el análisis de la representación algebraica y gráfica de los objetos geométricos.
- Reconocer que se incrementan las posibilidades de análisis y aplicación de la Geometría Euclidiana, al incorporar al estudio de los objetos y relaciones geométricas la representación y los procedimientos del álgebra.
- Percibir a los sistemas de coordenadas como la noción fundamental para realizar el estudio analítico de los lugares geométricos.
- Identificar, a partir del enunciado de un problema, la estrategia que le permita obtener los parámetros esenciales de un lugar geométrico, o bien, desarrollar un procedimiento alterno para obtener la ecuación que lo representa.
- Conocer las propiedades de los lugares geométricos estudiados en el curso,
   y obtener la ecuación que los representa.
- Dada una ecuación con dos variables, lineal o cuadrática, identificar de qué tipo de curva se trata y obtiene información sobre sus elementos.
- Avanzar en el concepto de sistema de ecuaciones y su resolución, al incorporar ecuaciones cuadráticas o un mayor número de ecuaciones e incógnitas.
- Resolver problemas de aplicación utilizando los conocimientos adquiridos en las diversas unidades del curso.

Deseamos que el texto te permita que logres los propósitos anteriores.

#### Seminario de Matemáticas Club de Matemáticas