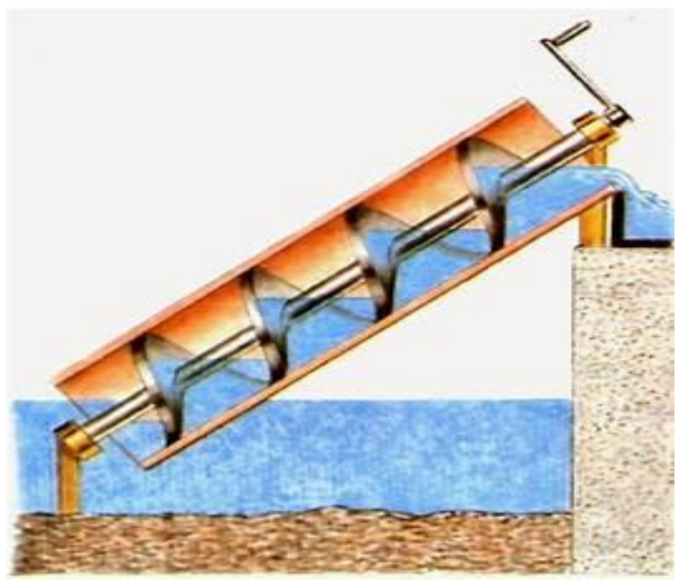
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
ESCUELA NACIONAL COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES
PLANTEL ORIENTE
ÁREA DE CIENCIAS EXPERIMENTALES

Guía para Examen Extraordinario de Física III

Con base al programa de estudios indicativo aplicado a partir del ciclo 2018-2019



Elaboraron:

Jorge Acosta Huerta
Ericksen Juan Acosta Mercado
Leonardo Gabriel Carrillo Contreras
Alejandro Colorado González
Ana Laura Ibarra Mercado
María Esther Rodríguez Vite
Gonzalo Víctor Rojas Cárdenas
Jorge Pascual Ruiz Ibáñez
Alberto Francisco Sandino Hernández
Carlos Alberto Villarreal Rodríguez

Julio de 2019

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

Ante la puesta en práctica del programa de Física III en el ciclo 2018-2019, aprobado por el H. Consejo Técnico de la Escuela Nacional Colegio de Ciencias y Humanidades (**ENCCH**), en su sesión extraordinaria del 20 de mayo de 2016, los autores, advertimos la necesidad de producir un material como referente para elaborar, por parte de los docentes, el examen extraordinario de esta asignatura y, sobre todo, para que los alumnos cuenten con un sustento que los apoye en la presentación de éste.

En su elaboración, consideramos el Modelo Educativo del Colegio (**MEC**), por consiguiente, el aprendizaje de los alumnos congruente con éste, la calidad de su formación y el incremento de la eficiencia terminal.

Incluye sugerencias sobre su manejo, tanto para el alumno como para el docente que elabora el instrumento de evaluación respectivo. Se organiza, presentando cada una de las unidades, en igual secuencia que en el programa referente, en ellas se incluye una breve presentación, propósitos de la unidad, temática y subtemas desarrollados, aprendizajes por cubrir, conocimientos previos y conceptos, así como ejemplos y propuestas de actividades de aprendizaje que el alumno realizará

Posteriormente se incluye una bibliografía para el alumno, distribuida en básica y complementaria, en seguida una autoevaluación, la cual, como su nombre lo indica, tiene como propósito que el alumno, por sí mismo, verifique sus aprendizajes logrados en cada uno de los temas del programa; en algunos reactivos se inserta la respuesta de la actividad, misma que el estudiante contrastará con la que obtuvo.

Se incorpora como último punto de esta guía, un apartado de recomendaciones antes de presentar el examen. Hay consideraciones sutiles o extremas que no fueron tomadas en cuenta, dado el nivel y profundidad del programa de la asignatura.

Los autores esperamos que este material cubra la necesidad de tener una guía de estudios acorde con el programa referente, sea de utilidad a los alumnos que presentarán el examen extraordinario, así como, a los docentes que elaborarán dicho examen.

SUGERENCIAS SOBRE EL MANEJO DE LA GUÍA

ALUMNO

- Haz una lectura general de la guía con el propósito de conocer su contenido y formato, **recuerda que es obligatoria su resolución (las … actividades de aprendizaje y la autoevaluación) y entrega de ésta sellada por la academia para tener derecho a presentar el examen extraordinario**.
- Es recomendable que la resolución de la guía se haga en hojas aparte, es decir, las 23 actividades de aprendizaje y la autoevaluación.
- Te aconsejamos seguir la secuencia de unidades y temas en el orden que se presenta con el fin de un mejor entendimiento.
- Estudia los contenidos que se incluyen, analiza los ejemplos resueltos, continua después con las actividades de aprendizaje, por último, resuelve la sección de autoevaluación.
- Te recomendamos consultes la bibliografía que proponemos en esta guía, para ampliar tu aprendizaje.
- En caso de que tengas dudas, acude al Programa Institucional de Asesorías (PIA), del plantel y programa una asesoría, ya sea para que te despejen dudas o amplíen la explicación de algún concepto.
- Para tener éxito en tu examen, es necesario que *¡Seas constante!*

PROFESOR

- Antes de elaborar el examen extraordinario te sugerimos hagas una lectura general de la guía con el propósito de conocer su contenido y formato.
- No se ha pretendido dar por acabado los contenidos temáticos y sus correspondientes aprendizajes, sólo se presenta la parte básica de cada uno de ellos.
- Te recomendamos seguir la secuencia de unidades en el orden que se muestra, con el propósito de que el alumno que presente el examen no se desoriente o confunda.
- Consideres la profundidad presentada en esta guía al elaborar en examen.
- De ser posible, te proponemos que la resolución completa de la guía sea parte de la evaluación del examen, es decir, asígnale un puntaje. Por ejemplo, si el examen consta de 45 puntos, a la guía le puedes dar 5 para que al evaluar el total sea de 50 puntos.

PROGRAMA DE FÍSICA III

DATOS DE LA ASIGNATURA

Bachillerato: **5º semestre**.

Área: **Ciencias Experimentales**

Plan de estudios: **2016**

Programa: **Actualizado de Física III**

Clave de la asignatura: **1506**

Créditos: **10**

Horas por clase: **2, 2**

Horas por semestre: **64**

Clases por semana: **2**

PROPÓSITOS GENERALES DE FÍSICA III

El alumno será capaz de:

- Describir el comportamiento mecánico de un sistema compuesto por cuerpos rígidos
- Emplear la herramienta vectorial como apoyo de los aprendizajes que lo requieran.
- Utilizar la experimentación como elemento esencial en el aprendizaje de la mecánica del cuerpo rígido.
- Emplear modelos matemáticos a partir de resultados experimentales, que expresen relaciones entre las magnitudes que caracterizan movimientos de cuerpos rígidos.
- Resolver situaciones o problemas donde se manifiesten: procesos de transmisión o de conservación de masa, energía traslacional y rotacional, momento lineal y momento angular.
- Desarrollar y presentar proyectos de investigación escolar, ya sean experimentales, de campo, de desarrollo tecnológico o documentales, relativos al curso y que respondan a sus intereses.
- Reconocer la trascendencia y el impacto en la sociedad de la mecánica de cuerpos rígidos

CONTENIDOS TEMÁTICOS y SUBTEMAS

Unidad 1 *Sistemas de cuerpos rígidos* (36 horas)

Temas: Movimiento Circular Uniforme
- Rapidez lineal
- Rapidez angular
- Aceleración centrípeta
- Fuerza centrípeta

Gravitación Universal de Newton
- Campo gravitacional y peso
- Leyes de Kepler

Centro de masa
Condiciones de equilibrio rotacional y traslacional
Desplazamiento angular
Velocidad angular
Aceleración angular
Analogías de parámetros lineales y angulares
Parámetros lineales y angulares
Momento de inercia
Momento de inercia de cuerpos sólidos
Momento angular
Conservación del momento angular

Unidad 2 *Sistemas de fluidos* (28 horas)
Temas: Hidrostática
Fluidos estáticos
Densidad
Presión
Medición de la presión de un fluido
Presión absoluta
Presión manométrica
Presión atmosférica
Principio de pascal
La prensa hidráulica
Principio de Arquímedes
Peso aparente
Fuerza de flotación
Hidrodinámica
Tipos de flujo
Laminar
Turbulento
Gasto
De masa
De volumen
Ecuación de Bernoulli
Fluido en reposo, (teorema de Torricelli)
Flujo a presión constante
Flujo a través de un tubo horizontal
Ecuación de Bernoulli y ley de la conservación de la energía mecánica

UNIDAD 1

SISTEMAS DE CUERPOS RÍGIDOS

Presentación

En esta unidad se estudian los fundamentos de la mecánica rotacional de cuerpos rígidos, mediante el empleo de conceptos como: centro de masa, fuerza, momento de torsión, energía de traslación y de rotación, cantidad de movimiento lineal y angular; haciendo énfasis en su carácter vectorial.

El estudio propedéutico y análisis de los conceptos, leyes de la dinámica y de conservación de la energía, ayudan a explicar el funcionamiento de dispositivos mecánicos como giróscopos, máquinas y herramientas en la industria, en la salud y en los deportes; así como los movimientos planetarios o de otros cuerpos celestes.

Propósitos

Al finalizar la unidad el alumno:

- Describirá el movimiento de un cuerpo rígido
- Comprenderá el comportamiento mecánico de los cuerpos rígidos con base en las leyes de la dinámica y los principios de conservación
- Resolverá situaciones y problemas referente al movimiento de cuerpos rígidos mediante el empleo de las leyes de la mecánica y la aplicación de la herramienta vectorial necesaria, que le ayuden a comprender el funcionamiento de dispositivos mecánicos de uso común

Temática: **Sistemas de cuerpos rígidos**

Subtemas: *Movimiento Circular Uniforme*
Rapidez lineal
Rapidez angular

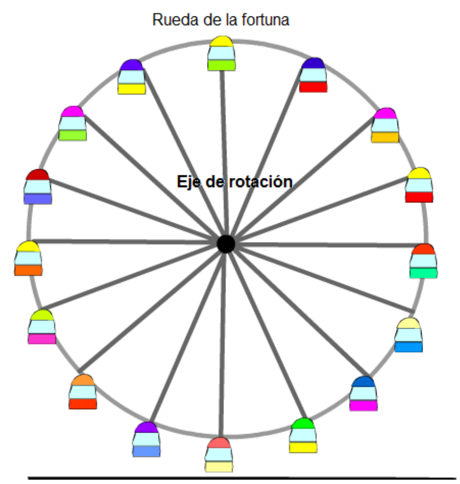
Aprendizaje 1: ***Aplica** (**N3**) los conceptos de frecuencia y periodo de rotación al cálculo de la rapidez lineal de un objeto en el movimiento circular uniforme.*

Conceptos previos	**Conceptos clave**
• Velocidad • Rapidez	• Movimiento circular uniforme • Rapidez lineal o tangencial • Rapidez angular • Revolución • Recta tangente • Velocidad lineal o tangencial • Velocidad angular

Movimiento Circular Uniforme

En la naturaleza como en la vida diaria se observan situaciones en las que los objetos se mueven en trayectorias circulares, por ejemplo, las manecillas del reloj, las aspas de un ventilador, las llantas de un auto, el rotor de los motores, un esmerilador, la rotación del planeta Tierra, el movimiento de un tornado, etc.

El movimiento de rotación de un objeto es aquel en el que cada partícula describe una trayectoria circular alrededor de un punto fijo denominado eje de rotación o de giro. Por lo tanto, un objeto con movimiento circular es aquel que describe una circunferencia al moverse, y este movimiento puede ser circular uniforme o circular uniformemente acelerado.



El movimiento circular uniforme (MCU) es el movimiento de rotación más sencillo que realiza un objeto. Se caracteriza por describir una trayectoria circular, así como, completar una vuelta siempre con el mismo tiempo, por lo tanto, el MCU es un movimiento periódico.

El tiempo que tarda el objeto en realizar una vuelta o revolución se denomina *periodo (T),* su unidad de medición en el Sistema Internacional (SI) es el segundo (s).

El número de vueltas que realiza el objeto por unidad de tiempo, se denomina *frecuencia (f),* su unidad de medición en el SI es [1/s] también llamado Hertz (Hz).

El periodo y la frecuencia tienen una relación inversamente proporcional dada por:

$$f = \frac{1}{T}$$

Problema

La rueda de la fortuna da 6 vueltas en 3 minutos. Determinar su:

a) Periodo.

b) Frecuencia de rotación.

Datos	Fórmula y sustitución de datos	Resultados
t=3 min n=6 vueltas T=? f=?	a) Período: Recordando que el período (T) es el tiempo empleado en describir una vuelta completa, entonces: $T = \frac{t}{n}$	a) T= 30 s b) $f = 0.03\overline{3}\ Hz = 3.\overline{3}\ x10^{-2}\ Hz$

	Realizando la conversión: t = 3 min = 180 s $$T = \frac{t}{n} = \frac{180\ s}{6} = 30\ s$$ T= 30 s b) Frecuencia: f=1/T $f = \frac{1}{30\ s}$ $f = 0.03\overline{3}\ Hz = 3.\overline{3}\ x10^{-2}\ Hz$	

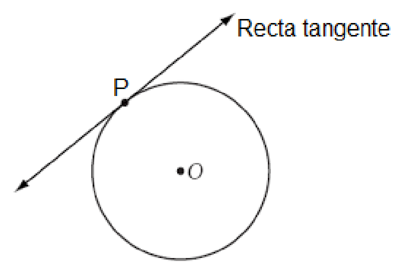
Actividades de aprendizaje 1

Resuelve los siguientes problemas:

1. El rotor de un motor realiza una vuelta en un segundo, determinar:
   a) El periodo.
   b) La frecuencia.

2. La frecuencia de giro de las aspas de un ventilador es de 60 Hz. Obtener el periodo de operación del ventilador.

Rapidez Lineal

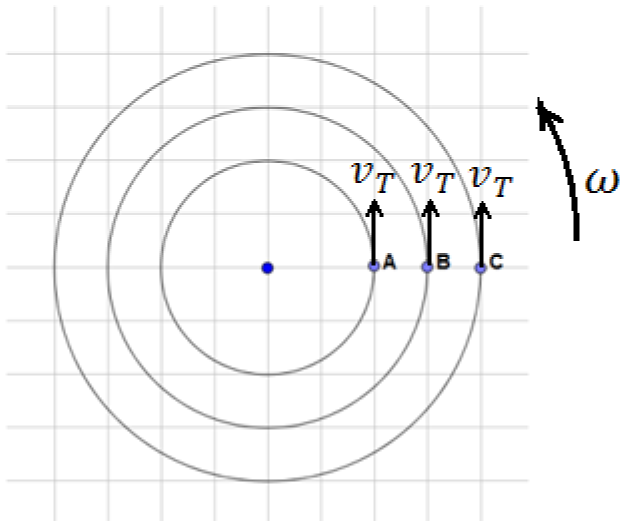


La tangente a una curva en un punto P, es una recta que toca a la curva solo en dicho punto llamado punto de tangencia o tangente.

La rapidez lineal (v_T), también conocida como la *rapidez tangencial* es tangente a la trayectoria del objeto durante el movimiento circular, se define como la distancia recorrida en el tiempo utilizado.

Problema

En una pista de atletismo circular como se muestra en la figura, se encuentran tres niños; Juan en el carril A, cuyo radio es 2 m, Beto en el B de 3 m y Pepe en el C de 4m. Considerando que los niños salen corriendo con rapidez constante y llegan al mismo tiempo a su posición de salida, determinar la rapidez lineal de cada uno de ellos.



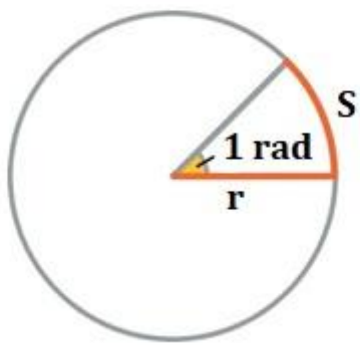
De la figura se observa que la trayectoria que realiza cada niño es circular y cada una de distinto radio. Por lo tanto, la rapidez lineal de cada niño es distinta y podemos calcularla de la siguiente manera:

$$v_T = \frac{distancia}{tiempo} = \frac{2\pi r}{T}$$

Datos	Fórmula y sustitución de datos	Resultados
Juan: r= 2 m T = 10 s $v_T = ?$	$v_T = \frac{2\pi r}{T}$ Juan: $v_T = \frac{2\pi(2\ m)}{(10\ s)}$	Juan: $v_T = 1.256 \left[\frac{m}{s}\right]$
Beto: r= 3 m T = 10 s $v_T = ?$	Beto: $v_T = \frac{2\pi(3\ m)}{(10\ s)}$	Beto: $v_T = 1.885 \left[\frac{m}{s}\right]$
Pepe: r = 4 m T = 10 s $v_T = ?$	Pepe: $v_T = \frac{2\pi(4\ m)}{(10\ s)}$	Pepe: $v_T = 2.513 \left[\frac{m}{s}\right]$

A partir de los resultados obtenidos, se concluye que conforme aumenta el radio de la trayectoria circular de cada carril, la magnitud de la rapidez lineal también aumenta.

La rapidez angular ($\boldsymbol{\omega}$) es una medida de la magnitud de la velocidad de rotación. Se define como el ángulo descrito por unidad de tiempo. Su unidad en el Sistema Internacional (SI) es el radián sobre segundo (rad/s).



El radián es el ángulo ($\boldsymbol{\theta}$) que se forma cuando el arco (**S**) de un segmento de circunferencia mide lo mismo que su radio (**r**).

Una *revolución* es una vuelta completa alrededor del eje de rotación y se define su valor como $2\pi\, radianes$. Por lo tanto, la rapidez angular es:

$$\omega = \frac{desplazamiento\ angular}{tiempo}$$

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

Al considerar vueltas completas el desplazamiento angular es $2\,\pi$ y el tiempo es igual al periodo.

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

Problema

Del problema anterior, ¿cuál es la rapidez angular de Juan, Beto y Pepe? si el tiempo que hicieron para dar la vuelta completa fue de 10 segundos.

Datos	**Fórmula y sustitución de datos**	**Resultados**
T= 10 s ω =?	$\omega = \frac{2\pi\, rad}{T}$ Juan: $\omega = \frac{2\pi\, rad}{10\ s}$ Beto: $\omega = \frac{2\pi\, rad}{10\ s}$ Pepe: $\omega = \frac{2\pi\, rad}{10\ s}$	Juan: $\omega = 0.628\ \left[\frac{rad}{s}\right]$ Beto: $\omega = 0.628\ \left[\frac{rad}{s}\right]$ Pepe: $\omega = 0.628\ \left[\frac{rad}{s}\right]$

Se observa que la rapidez angular es la misma para los tres participantes. Esto significa que, en el movimiento circular uniforme, la rapidez angular para cada punto del objeto tiene el mismo valor ya que recorren el mismo ángulo en tiempos iguales, aunque el radio sea diferente para cada uno.

Actividades de aprendizaje 2

Resuelve los siguientes problemas:

1. Un ventilador gira a una razón de 800 rev/min. Dar resultados en SI.

   a) Calcular la rapidez angular de cualquier punto que se encuentra sobre las aspas del ventilador.
   b) Determinar la rapidez lineal del extremo del aspa, si la distancia desde el centro al extremo es de 30 cm.
   c) Obtener la rapidez lineal de un punto del aspa, si la distancia desde el centro a éste es de 20 cm.

2. Un disco realiza una vuelta en 1/3 de minuto. Si el radio es de 12 pies. Obtener en unidades del SI:

   a) La rapidez angular.
   b) La rapidez lineal.

3. Un satélite tiene un periodo de rotación de 24 horas. Determinar en SI.

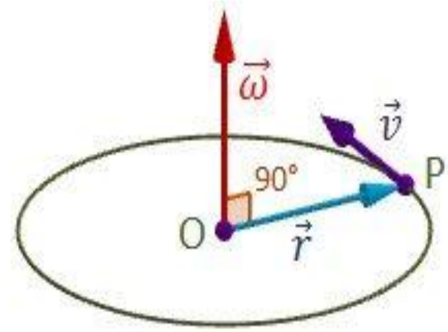
   a) El valor de la rapidez angular.
   b) El valor de la rapidez tangencial, conociendo que el radio de la Tierra es 6 371 km y el satélite se encuentra a 800 km de la superficie terrestre.

Subtemas: *Aceleración centrípeta*
Fuerza centrípeta

Aprendizaje 2: ***Utiliza** (**N2**) los conceptos de aceleración y fuerza centrípetas en la resolución de problemas para **explicar** (**N3**) la relación con el movimiento circular uniforme y otros sistemas no inerciales, así como **contrastar** (**N3**) modelos matemáticos con la realidad.*

Conceptos previos	**Conceptos clave**
• Movimiento circular uniforme	• Aceleración centrípeta
• Desplazamiento angular	• Fuerza centrípeta
• Revolución	• Velocidad tangencial
• Rapidez tangencial	• Velocidad angular
• Rapidez angular	

Como ya se vio antes, un objeto con movimiento circular se caracteriza por describir una circunferencia al moverse, además el más simple es el MCU, donde el móvil siempre tarda el mismo tiempo en dar una vuelta completa (revolución), debido a que su velocidad angular se mantiene constante. Como se muestra en la figura el vector velocidad angular ($\vec{\omega}$) es perpendicular al plano de movimiento y su magnitud se mantiene constante, al igual que su dirección, por lo cual se puede emplear indistintamente rapidez angular (ω) que velocidad angular.



La velocidad lineal o tangencial ($\vec{v_t}$) en este movimiento no es constante, a pesar de que su magnitud es constante siempre cambia su dirección. Se puede decir que el MCU es un movimiento acelerado a pesar de que la velocidad angular se mantiene constante. Al cambio de velocidad por unidad de tiempo se le conoce como aceleración y para acelerar un cuerpo (***primera Ley de Newton)*** debe existir una fuerza externa que modifique su estado de movimiento ya sea rectilíneo uniforme o de reposo.

La aceleración que modifica a la velocidad tangencial en un MCU se le conoce como ***aceleración centrípet***a ($\vec{a_c}$) y a la fuerza que la genera, ***fuerza centrípeta*** ($\vec{F_c}$). La dirección de dichas magnitudes es hacia el centro de la circunferencia.

Mientras exista la fuerza centrípeta el móvil describirá una trayectoria circular, cuando ésta desaparece, el objeto describe una trayectoria rectilínea uniforme cuya dirección es tangente al punto donde termina la fuerza.

El modelo matemático que describe la magnitud de la aceleración centrípeta es:

$$a_c = \frac{{v_T}^2}{r} = r\omega^2$$

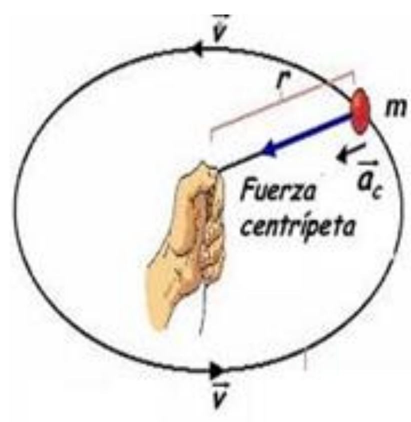
donde:

v_T: rapidez tangencial [m/s]

a_c: aceleración centrípeta [m/s^2]

r: radio de la circunferencia [m]

ω: rapidez angular [rad/s]



Empleando la segunda ley de Newton en la expresión anterior, se deduce que la magnitud de la fuerza centrípeta es igual a la masa del móvil multiplicada por la aceleración centrípeta. Por lo cual:

$$F_c = m\frac{{v_T}^2}{r} = mr\omega^2$$

donde:

F_c: fuerza centrípeta [N]

m: masa del objeto [kg]

Ejemplo:

Pepe amarra una pelota de 15 g a una cuerda de 80 cm de longitud, y la hace girar uniformemente con periodo de un segundo.

a) ¿Qué tipo de fuerza debe actuar sobre la pelota para describir un MCU?
b) ¿Qué tipo de aceleración sufre la pelota como consecuencia de la fuerza anterior?
c) Determina la magnitud de la aceleración.
d) Calcula la magnitud de la fuerza.

Datos	**Fórmula y sustitución de datos**	**Resultados**
m = 0.015 Kg r = 0.8 m T = 1 s F_c = ? a_c = ? ω = ?	c) Primero calculamos la velocidad angular, empleando la información que señala que el periodo es 1 s. $\omega = \frac{2\pi\, rad}{1\, s} = 2\pi \frac{rad}{s}$ $a_c = \omega^2 r = \left(6.28\ \frac{rad}{s}\right)^2 (0.8\, m)$ $31.15 \frac{m}{s^2}$ d) $F_c = m a_c = (0.015\ kg)\left(31.15 \frac{m}{s^2}\right)$ $F_c = 0.47 kg \frac{m}{s^2}$	a) La fuerza presente sobre la pelota es la centrípeta, ya que actúa hacia el centro de la circunferencia para describir el MCU. b) La aceleración que experimenta un cuerpo es consecuencia de una fuerza, en este caso como se trata de fuerza centrípeta entonces también la aceleración es centrípeta. c) $a_c = 31.15 \frac{m}{s^2}$ d) $F_c = 0.47\ N$

Actividades de aprendizaje 3

1. Observa el video “aceleración centrípeta” en la URL https://goo.gl/xF1diq
   a) ¿Cómo es el vector velocidad y el vector aceleración en el movimiento circular?
   b) ¿Cuál es la dirección de la aceleración en el movimiento circular?

2. Contesta las siguientes preguntas antes y después de ver el video “¿Qué es la fuerza centrípeta y la fuerza centrífuga?”. URL https://goo.gl/kyWHVq y compáralas
   a) ¿Qué es la fuerza centrípeta?
   b) ¿Existe la fuerza centrífuga?
   c) ¿Cuál es la diferencia entre estas fuerzas?

d) ¿Cómo funciona la centrifuga de la lavadora?
e) Después de ver el video ¿Cambiaron tus respuestas?, justifica el por qué.

3. La distancia entre la tierra y la luna es de 384.4×10^6 m. Determina la aceleración centrípeta sabiendo que el periodo de la luna alrededor de la tierra es de 27.34 días. Investiga la masa de la luna para calcular la fuerza centrípeta que actúa sobre ella.

Subtema: *Aplicaciones fuerza centrípeta.*

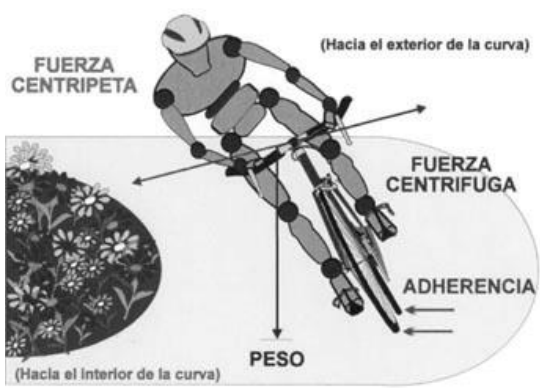
Aprendizaje 3: ***Aplica*** *(**N2**) sus conocimientos sobre la fuerza centrípeta a problemas relacionados con movimiento en tres dimensiones.*

Conceptos previos	Conceptos clave
• rapidez lineal • rapidez angular • aceleración centrípeta • fuerza centrípeta	• fuerza centrípeta

Hemos revisado los conceptos de aceleración centrípeta y fuerza centrípeta, también las magnitudes físicas características del MCU tales como el desplazamiento y la velocidad angular, así como su relación entre el desplazamiento y la velocidad lineal.

Unas de las aplicaciones más interesantes en nuestra vida cotidiana se encuentran en el movimiento de distintos tipos de transporte como:

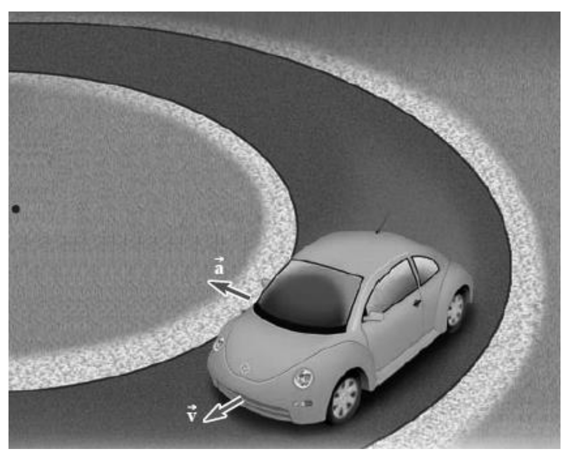
La bicicleta



Cuya fuerza centrípeta mantiene a la bicicleta moviéndose a lo largo de las curvas.

El automóvil

Cuando un automóvil recorre una curva, la fricción que hay entre el asfalto y las ruedas del vehículo proporciona la fuerza centrípeta que mantiene al auto sobre la curva.



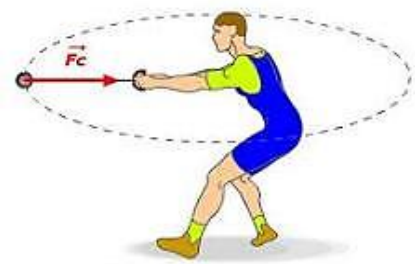
La aviación:

Cuando un avión da una vuelta en el aire, el piloto inclina el avión a un ángulo como si estuviera viajando sobre una superficie inclinada. Por lo que, la fuerza de sustentación (fuerza generada sobre un cuerpo que se desplaza a través de un fluido) se mantiene perpendicular a las alas inclinadas. La componente horizontal de la sustentación proporciona la aceleración centrípeta necesaria para girar, mientras que la componente vertical mantiene el avión hacia arriba. Por supuesto que, los aviones generalmente se mueven mucho más rápido que los automóviles y usan grandes radios de curvatura cuando giran.

Otras aplicaciones menos sofisticadas son, las hondas y las catapultas que se utilizan como armas desde hace miles de años.

Ejemplo

Un ejemplo de aplicación de la fuerza centrípeta en la vida cotidiana es cuando un atleta participa en la competencia olímpica del lanzamiento de martillo, para llevarlo a cabo toma el martillo y comienza a girarlo de tal manera que este realiza una trayectoria circular produciéndole una aceleración centrípeta y por tanto una fuerza centrípeta.



fuerza centrípeta

Ejemplo

Supongamos que el atleta hace girar el martillo a 2 revoluciones por segundo y que el radio de la trayectoria circular es de 1.5 m. ¿Cuál es la fuerza centrípeta ejercida sobre el martillo si tiene una masa de 7.260 kg?

Datos	Fórmulas y sustitución	Resultado
$\omega = 2\frac{rev}{s}$ r $= 1.5m$ $m = 7.260\ kg$	Realizando la conversión de unidades: $\omega = 2\frac{rev}{s} = 2\left(\frac{2\pi rad}{s}\right) = 4\pi\frac{rad}{s}$ Para calcular la fuerza centrípeta recurrimos a la siguiente expresión: $F_C = ma_c = mr\omega^2$	La fuerza centrípeta sobre el martillo es: $F_c = 1719.679N$

	Sustituyendo valores: $$F_c = (7.260\ kg)(1.5m)\left(4\pi\frac{rad}{s}\right)^2$$ $$= (7.260\ kg)(1.5m)\left(157.913\frac{rad^2}{s^2}\right)$$ $$= 1719.679\ N$$	

Sugerencias:

Para apoyarte en la comprensión de esta temática, sobre la presencia de la fuerza centrípeta puedes observar los siguientes videos:

- *La ciencia de lo absurdo: Fuerza centrípeta* https://youtu.be/kj3bZ-qzgGQ
- *Experimento aceleración centrípeta* https://youtu.be/QEW6BEj9dh8

Actividades de Aprendizaje 4

1.- Identifica una aplicación tecnológica en donde se utilice la fuerza centrípeta.

2.- Investiga y después anota una actividad casera en donde utilizas la fuerza centrípeta en tu beneficio.

3.-Describe una actividad de esparcimiento en donde puedes utilizar la fuerza centrípeta.

Subtemas: *Gravitación Universal de Newton.*
Campo gravitacional y peso.
Leyes de Kepler.
Aprendizaje 4: ***Interpreta (N 2, 3)*** *las consecuencias de la ley de la gravitación universal.*

Conceptos previos	Conceptos clave
• Aceleración centrípeta • Fuerza centrípeta • Rapidez angular • Movimiento circular • Periodo	• Campo gravitacional • Peso • Leyes de Kepler

GRAVITACIÓN UNIVERSAL

Newton al analizar el movimiento de la luna alrededor de la Tierra, se dio cuenta que existía una fuerza de atracción de la Tierra sobre la Luna, análoga con la que el Sol atrae a los planetas. Según se cuenta que al observar una manzana cayendo de un árbol, pensó: “que la Tierra estaba ejerciendo una fuerza sobre la manzana para hacerla caer, y la manzana estaba ejerciendo una fuerza igual y opuesta sobre la Tierra”.

La razón es porque la Tierra tiene mucha mayor masa que la manzana. Para objetos más grandes, es necesaria una fuerza mayor para atraerlos. La manzana cae hacia la Tierra, no la Tierra hacia la manzana. Del mismo modo, para personas que están en el suelo, la Tierra está ejerciendo una fuerza mayor en ellos que la que ejercen las personas sobre la tierra. Otra vez, porque la Tierra tiene mucho mayor masa que las personas.

Reuniendo las ideas de que el Sol atrae a los planetas y la Tierra atrae a la Luna y a la manzana; Newton llegó a la conclusión de que la atracción observada debía ser un fenómeno general (universal) que se manifiesta entre dos o más cuerpos. En otras palabras, la Ley de Gravitación Universal dice lo siguiente: “Dos masas en el espacio experimentan cada una de ellas una fuerza de atracción que es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa”

La expresión matemática es la siguiente:

$$\boldsymbol{F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}}$$

donde:

F: Fuerza de atracción [N]

m_1: Masa del cuerpo uno [kg]

m_2: Masa del cuerpo dos [kg]

r: Distancia de separación entre los cuerpos [m]

G: Constante de gravitación universal [$6.6738 \times 10^{-11} N\frac{m^2}{kg^2}$]

Ejemplo

Calcula la fuerza de atracción que ejerce el Sol sobre la Tierra. Si su distancia de separación es de 146, 600, 000 km, la masa del Sol es de 1.989×10^{30} kg y la masa de la Tierra es 5.976×10^{24} kg

Datos	Fórmula y sustitución de datos	Resultado
$F=?$ $m_S = 1.989x10^{30}$ kg $m_T = 5.976x10^{24}$ kg $r = 146{,}600000\ km = 1.466x10^{11}\ m$ $G = 6.67x10^{-11}N\frac{m^2}{kg^2}$	$F = G\ \frac{m_S\, m_T}{r^2}$ $F = \left(6.67x10^{-11}N\frac{m^2}{kg^2}\right)\frac{(1.989x10^{30}kg)(5.976x10^{24}kg)}{(1.466x10^{11}m)^2}$ $F = \frac{79.28x10^{43}Nm^2}{2.149x10^{22}\ m^2}$	$F = 36.89x10^{21}N$

Actividades de aprendizaje 5

Calcula la fuerza con la que el Sol atrae a un planeta (repite para tres planetas diferentes), considerando los datos de la tabla de abajo y la masa del Sol (m_s = 1.989 X10^{30} kg).

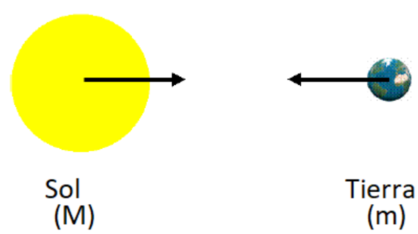
Planeta	Masa (kg)	Distancia media al sol (km)
Mercurio	3.303 x 10^{23}	57, 910, 000
Venus	4.869 x 10^{24}	108, 200, 000
Tierra	5.976 x 10^{24}	146, 600, 000
Marte	6.421 x 10^{23}	227, 940, 000
Júpiter	1.9 x10^{27}	778, 330, 000
Saturno	5.688 x 10^{26}	1, 429, 400, 000
Urano	8.686 x 10^{25}	2, 870, 990, 000
Neptuno	1.024 x 10^{26}	4, 504, 300, 000

Campo gravitacional y peso

Alguna vez te has hecho las siguientes preguntas: ¿Cómo es posible que se ejerzan fuerzas a distancia entre dos objetos (por ejemplo, dos cuerpos celestes o dos globos cargados eléctricamente con cargas diferentes que se atraen a distancia), sin estar en contacto? ¿Cuál puede ser el mecanismo de la interacción?

El primero en dar respuesta a estas preguntas fue Newton y posteriormente Michael Faraday (1791-1867) introduciendo el concepto de campo. Este concepto de campo lo podemos interpretar como toda región del espacio donde se presenta o puede presentarse alguna fuerza.

Podemos decir que existe un campo gravitacional en una región del espacio si colocamos una masa en algún punto de esta región y es afectada por una fuerza gravitacional. Por ejemplo, la Tierra y el Sol se atraen mutuamente debido a sus campos gravitacionales.



Intensidad del campo gravitacional.

La intensidad del campo gravitacional (E_g) por definición la podemos entender como la relación entre la fuerza gravitacional y masa de prueba (m_0):

$$E_g = \frac{F_g}{m_0}$$

Las unidades de la intensidad de un campo gravitacional en el **SI** son $\frac{N}{Kg}$

Ejemplo

Calcular la intensidad del campo gravitacional de la Tierra suponiendo que es una esfera uniforme cuya masa es de 5.9722 × 10^{24} kg y tiene un radio de $6.37\text{x}10^{6}$ m.

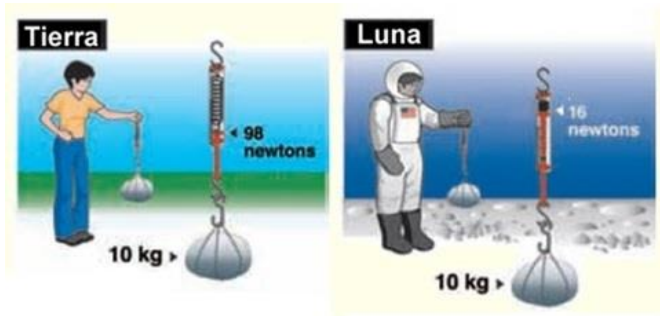
Datos:	**Fórmulas y sustitución:**	**Resultado:**
$M_T = 5.97\text{x}10^{24}$ Kg $r_t = 6.37 \times 10^6$ m $G = 6.67\text{x}10^{-11} \frac{N\,m^2}{kg^2}$	$E_{gt} = G\frac{M_t}{r^2}$ Sustituyendo valores: $E_{gt} = 6.67\text{x}10^{-11}\ \frac{N\,m^2}{kg^2}\frac{(5.97\text{x}10^{24}\text{ Kg})}{(6.37x10^6\text{m})^{\,2}}$ $E_{gt} = 6.67\text{x}10^{-11}\ \frac{N\,m^2}{kg^2}\frac{(5.97\text{x}10^{24}\text{ Kg})}{40.5769x10^{12}m^2}$ $E_{gt} = 9.81\,\frac{N}{Kg}$	$E_{gt} = 9.81\,\frac{N}{Kg}$ $E_{gt} = 9.81\,\frac{m}{s^2}$

Como podemos observar en el ejemplo anterior la intensidad del campo gravitacional de la Tierra y la aceleración gravitacional en la Tierra coinciden numéricamente, pero son conceptos distintos. La intensidad del campo gravitacional de la Tierra depende únicamente de la masa de esta, independientemente si hay o no hay una masa dentro de su campo gravitacional, el valor de $E_{gt} = 9.81\ \frac{N}{Kg}$ nos indica que cuando se coloque un cuerpo dentro del campo gravitacional de la Tierra este será atraído con una fuerza de 9.81 N por cada Kg de masa. En cambio, el valor de la aceleración gravitacional en la Tierra g= 9.81 $\frac{m}{s^2}$ nos indica que, si dejamos caer un cuerpo independientemente de su masa y en ausencia de fricción, este incrementara su velocidad a una razón de 9.81 $\frac{m}{s}$ por cada segundo en caída libre.

Por esta razón y para no caer en confusiones utilizaremos $\frac{N}{Kg}$ como unidad para el campo gravitacional y $\frac{m}{s^2}$ para la aceleración.

Peso

El peso es la magnitud de la fuerza gravitacional que actúa sobre un objeto. Como el peso de un cuerpo depende de su masa y la intensidad del campo gravitacional en el que se encuentre, este cambiará, por ejemplo, un cuerpo tiene la misma masa en la Tierra, en la Luna o Júpiter, pero diferente peso en ellos.



Ejemplo

¿Cómo cambiaría el peso de un cuerpo dentro de diferentes campos gravitacionales? Supongamos que tenemos un cuerpo cuya masa es de 10kg ¿Cuál será su peso en la Tierra, la Luna y Júpiter? Para esto sabemos que la masa del cuerpo es constante y que el peso del cuerpo cambiara en función del campo gravitacional en el cual se encuentre. Para saber el peso de un cuerpo en diferentes campos gravitacionales necesitamos conocer la intensidad de estos, en la Tierra g_T= 9.81 $\frac{m}{s^2}$, en la Luna g_L= 1.62 $\frac{m}{s^2}$ y en Júpiter de g_J= 24.79 $\frac{m}{s^2}$.

Datos:	Fórmulas y sustitución:	Resultado:
$m = 10$ kg $g_T = 9.81\,\frac{m}{s^2}$ $g_L = 1.62\,\frac{m}{s^2}$ $g_J = 24.79\,\frac{m}{s^2}$	$P = mg$ Sustituyendo valores: • Para la Tierra $P_T = (10\text{kg})\ (9.81\frac{m}{s^2}) = 98.1$ N • Para la Luna $P_L = (10\text{kg})\ (1.62\,\frac{m}{s^2}) = 16.2$ N • Para Jupiter $P_J = (10\text{kg})\ (24.79\,\frac{m}{s^2}) = 247.9$ N	$P_T = 98.1$ N $P_L = 16.2$ N $P_J = 247.9$ N

Como podemos ver en el ejemplo anterior el peso de un cuerpo es una magnitud variable, cuyo valor depende del campo gravitacional en el cual se encuentre y es directamente proporcional a la masa.

Actividades de aprendizaje 6

¿Cómo cambiaría el peso de un cuerpo dentro de diferentes campos gravitacionales? Suponiendo que tenemos un cuerpo cuya masa es de 10kg ¿Cuál será su peso en?:

a) Marte
b) Mercurio
c) En una estrella de Neutrones

Leyes de Kepler

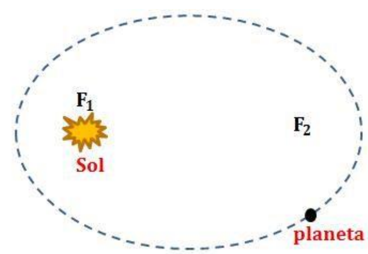
El hombre siempre ha sido curioso, por lo que ha observado a la naturaleza y los astros no han sido la excepción, explicaba los fenómenos, solo como los observaba, por lo que, se creía que la Tierra era el centro del universo y que todo giraba alrededor de ella, a esta teoría se le llamo Geocéntrica.

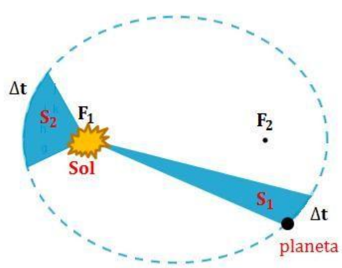
Posteriormente un astrónomo griego, Hiparco, afirmaba que la Tierra era plana y el centro del universo.

Claudio Ptolomeo, también astrónomo griego, en el siglo II d.C.; supone que los planetas giran alrededor de la Tierra en trayectorias circulares.

Entre 1430–1630 Nicolás Copérnico, Tycho Brahe y Johannes Kepler propusieron que la Tierra no era el centro del universo, que era redonda, que giraba sobre su propio eje y además alrededor del Sol, así como los planetas; Kepler descubrió que estos últimos, se movían describiendo órbitas elípticas, llegando a formular tres leyes que explican el movimiento de los planetas, lo que facilito más tarde a Newton la formulación de la Ley de Gravitación Universal.

Primera ley de Kepler: cada planeta describe una órbita elíptica alrededor del Sol. El Sol está situado en uno de los focos de la elipse.



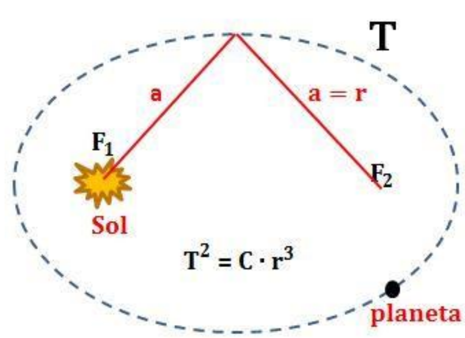


Segunda ley de Kepler: la recta que une cualquier planeta con el Sol, durante su desplazamiento en su órbita, en tiempos iguales barre áreas iguales.

(Una consecuencia es que los planetas van a mayor velocidad cuando pasan más cerca del Sol).

Tercera ley de Kepler:

El cuadrado del periodo de revolución de cualquier planeta (tiempo empleado en recorrer su órbita completa) es proporcional al cubo de la distancia media de ese planeta al Sol (la distancia media "***r***" es la longitud del semieje mayor "***a***" de la elipse de la órbita).



Lo que se expresa de la siguiente forma:

$$T^2 = C \cdot r^3$$

Donde C es una constante válida para todos los planetas del sistema solar.

$$C = \frac{4\pi^2}{GM}$$

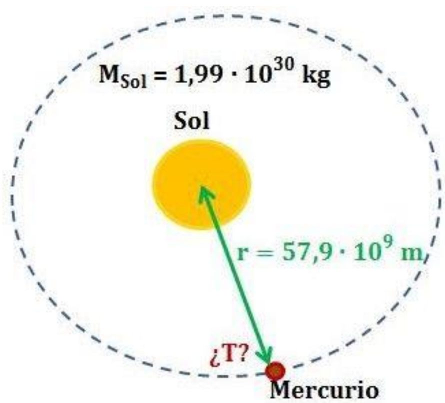
G= $6.67 \times 10^{11} \frac{Nm^2}{Kg^2}$

En el caso de la Tierra, r = 1.496×10^{11} m. En términos astronómicos esa distancia es una unidad astronómica (1 UA).

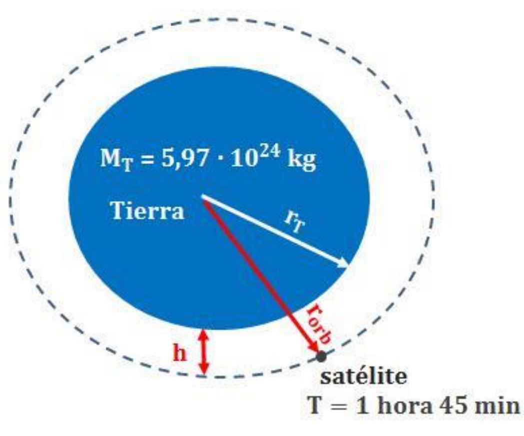
La tercera ley de Kepler es aplicable a otros sistemas orbitales, por ejemplo, la Luna alrededor de la Tierra, el cometa Halley alrededor del sol, el sistema binario Plaskett que se compone de dos estrellas girando en torno de un centro de gravedad en medio de ellas, etc. En cada caso, la constante *C,* será diferente, donde el valor de *M* será la masa del cuerpo celeste alrededor del que se realiza la órbita.

Actividades de aprendizaje 7

1.- La distancia media de Mercurio al Sol es de r = 57.9×10^{10} m y la masa del Sol es de 1.99×10^{30} kg. Hallar el periodo de Mercurio alrededor del Sol.



2.- El periodo de un satélite alrededor de la Tierra es de 1 hora 45 min. Suponiendo que su órbita sea circular, ¿Cuál será la distancia del satélite a la superficie de la Tierra?



Subtemas: *Centro de masa*
Condiciones de equilibrio rotacional y traslacional

Aprendizaje 5: ***Determina (N3)*** *el centro de masa de un sistema de cuerpos rígidos.*

Conceptos previos	**Conceptos clave**
• Coordenadas cartesianas • Coordenadas polares	• Centro de masa • Condiciones de equilibrio rotacional y traslacional • Cuerpo rígido • Centro de gravedad • Centroide

Centro de Masa

Don José y doña Mary son padrinos de bautizo del bebe Miguelín. En el momento que entran a la casa de sus compadres después de bautizarlo, los invitados les gritan “volo padrino”, en seguida don José se mete la mano a la bolsa de su pantalón y saca algunas monedas de varias denominaciones y las lanza en dirección de los asistentes. ¿Cómo se puede analizar, describir y explicar el movimiento de las monedas en cierto momento?

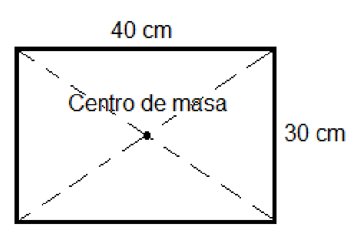
Para explicar el movimiento de las monedas se puede considerar un punto que represente al conjunto total de éstas, esto se logra a través de los siguientes conceptos:

Centro de gravedad de un objeto es el punto en el cual se considera que está concentrado todo su peso. Para un sistema de partículas es el punto que ubica el peso resultante del conjunto de partículas que lo conforman.

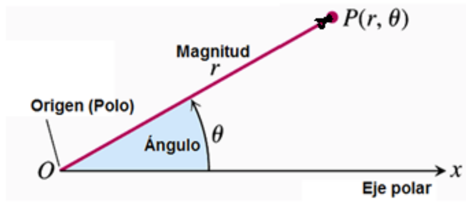
El ***centroide*** es un punto que define el centro geométrico de un objeto.

El ***centro de masa*** de un cuerpo rígido es el punto en el que puede considerarse concentrada su masa total, suponiendo el material homogéneo y por consecuencia su densidad es constante. Este punto es de equilibrio, es decir, si se soporta con una fuerza vertical hacia arriba en éste, el cuerpo se mantiene en equilibrio. Por ejemplo, en un crucero de semaforo un “mimo equilibrista” levanta una silla, la coloca en una posición y la detiene en lo alto con un solo dedo, manteniendola en equilibrio.

Para determinar el centro de masa de una hoja metálica, cuyas medidas son: 40 cm de largo y 30 cm de ancho como se muestra en la figura. Se trazan líneas diagonales y en el punto de cruce de estas se encuentra el centro de masa de la hoja.



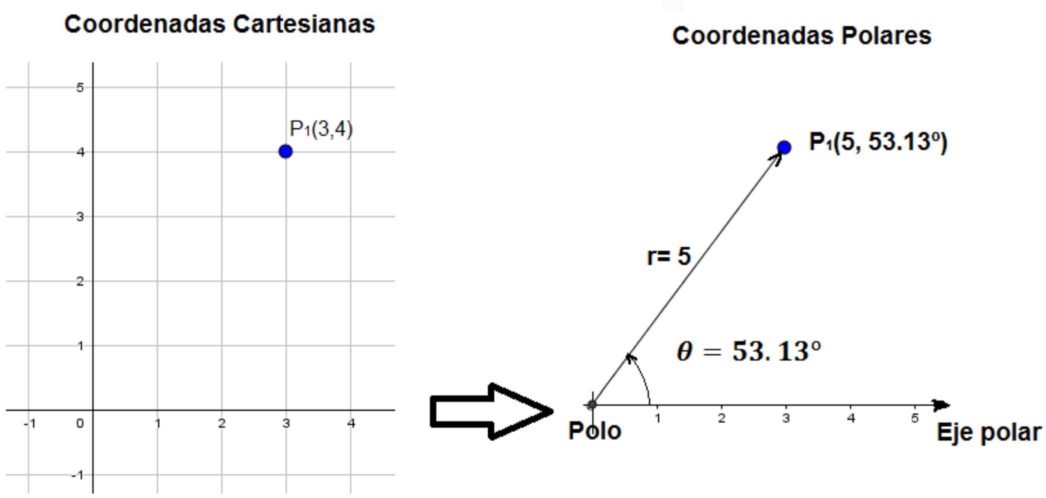
Las ***coordenadas polares*** son un sistema de coordenadas, constituido por un origen o polo y un eje polar. En el plano polar la posición de un punto queda determinada por su distancia al polo (radio r) y por un ángulo θ que forma el segmento dirigido.



Por ejemplo, se desea representar el punto del plano cartesiano $P_1(3,4)$ en el plano polar, o sea en coordenadas polares. De las coordenadas cartesianas del punto $P_1(x,y)$ a las coordenadas polares $P_1(r, \theta)$, se realiza mediante las siguientes expresiones:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$\theta = \tan^{-1}\frac{y}{x} = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) = 53.13°$$



Para obtener el centro de masa de un sistema de partículas en tres dimensiones se realiza el siguiente procedimiento:

1. Se registra la masa de cada una de las partículas (m_i).
2. Establecer un sistema de referencia, colocando el origen en cualquier punto del sistema de partículas.
3. Se miden las coordenadas (x_i, y_i, z_i) desde el origen hasta el centro de cada una de las partículas.
4. Con los datos anteriores, se obtienen las coordenadas del centro de masa (x_{CM}, y_{CM}, z_{CM}) mediante las siguientes expresiones.

$$x_{CM} = \frac{\sum x_i\, m_i}{\sum m_i} = \frac{x_1\, m_1 + \; x_2\, m_2 + \cdots + x_n\, m_n}{m_1 + \;\; m_2 + \cdots + \; m_n}$$

$$y_{CM} = \frac{\sum y_i\, m_i}{\sum m_i} = \frac{y_1\, m_1 + \; y_2\, m_2 + \cdots + y_n\, m_n}{m_1 + \;\; m_2 + \cdots + \; m_n}$$

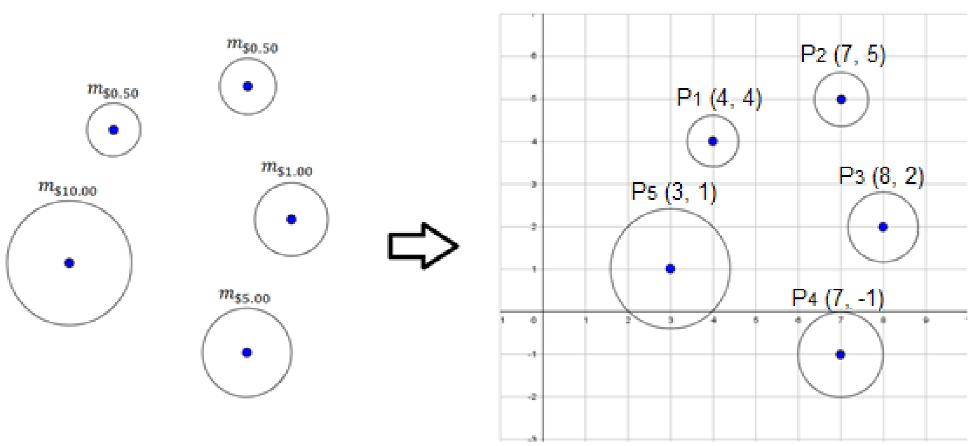
$$z_{CM} = \frac{\sum z_i\, m_i}{\sum m_i} = \frac{z_1\, m_1 + \; z_2\, m_2 + \cdots + z_n\, m_n}{m_1 + \;\; m_2 + \cdots + \; m_n}$$

Ejemplo

Retomando el caso del bautizo, don José aventó 5 monedas al mismo tiempo, una de \$0.50, dos de \$1.00, una de \$5.00 y una de \$10.00. Obtener:

a) El centro de masa del conjunto de las cinco monedas en coordenadas cartesianas.
b) El centro de masa del conjunto de las cinco monedas en coordenadas polares.

En la figura se muestra la posición de cada moneda cuando cayeron al suelo.



Datos	Fórmula y sustitución de datos	Resultados
$m_{\$0.50} = 5\ g$ $m_{\$1.00} = 6\ g$ $m_{\$5.00} = 10\ g$ $m_{\$10.00} = 15\ g$	a) Coordenadas cartesianas $x_{CM} = \frac{x_1\, m_1 + \; x_2\, m_2 + \cdots + x_n\, m_n}{m_1 + \;\; m_2 + \cdots + \; m_n}$ $x_{CM} = \frac{4cm(5g) + 7cm(5g) + 8cm(6g) + 7cm(10g) + 3cm(15g)}{5g + \; 5g + 6g + 10g + 15g}$ $x_{CM} = 5.317\ cm$	a) $x_{CM} = 5.317\ cm$ $y_{CM} = 1.512\ cm$

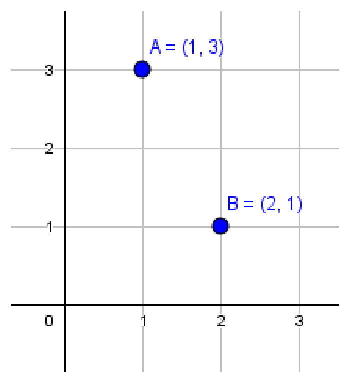
	$y_{CM} = \frac{y_1\, m_1 + \ y_2\, m_2 + \cdots + y_n\, m_n}{m_1 + \ \ m_2 + \cdots + \ m_n}$ $y_{CM} = \frac{4cm(5g) + 5cm(5g) + 2cm(6g) - 1cm(10g) + 1cm(15g)}{5g + \ 5g + 6g + 10g + 15g}$ $y_{CM} = 1.512\ cm$ b) Coordenadas polares: $r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{5.317^2 + 1.512^2} = 5.527\ cm$ $\theta = \ \tan^{-1}\frac{y}{x} = \tan^{-1}\left(\frac{1.512}{5.317}\right) = 15.87^0$	b) $r = 5.527\ cm$ $\theta = 15.87°$

Actividades de aprendizaje 8

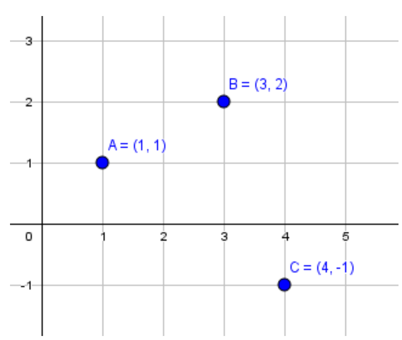
1.- Determina la posición del centro de masa de una cartulina que mide 60 cm de largo y 48 cm de ancho.

2.- Obtener la posición del centro de masa de un cubo de 5 cm de cada lado.

3.- Calcular la posición del centro de masa en coordenadas cartesianas y polares del siguiente sistema. Dónde m_A = 50 g y m_B = 10 g



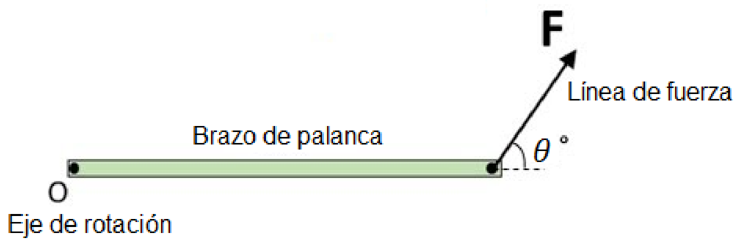
4. Localiza el centro de masa en coordenadas cartesianas y polares del siguiente sistema. Donde m_A = 35 g, m_B = 100 g y m_C = 2 kg



Condiciones de Equilibrio Rotacional y Traslacional

Cuando un cuerpo es sometido a fuerzas que no tienen línea de acción común, tal vez pueda existir equilibrio traslacional pero no necesariamente equilibrio rotacional, es decir podrá tener un giro.

El eje de rotación es el punto sobre el cual un cuerpo puede girar. La distancia perpendicular del eje de rotación a la línea de acción de la fuerza, se llama brazo de palanca.



La torca (T) o momento de torsión alrededor de un eje de rotación, es el efecto rotacional debido a la fuerza aplicada a un cuerpo. La torca es una cantidad vectorial debida al producto de los vectores fuerza ($\vec{F}$) y brazo de palanca ($\vec{r}$).

$$\mathrm{T} = \vec{r} \, x \, \vec{F}$$

$$T = rFsen\theta$$

Cuando $\theta = 90^o$:

$$T = rF$$

Toda torca que produce rotación en sentido contrario al movimiento de las manecillas de reloj es positiva, en caso opuesto es negativa.

Las condiciones de equilibrio para un cuerpo rígido, el cual está bajo la acción de fuerzas coplanares, son las siguientes:

1. Primera condición de equilibrio. La suma de las fuerzas es iguales a cero.

$$\sum F_x = 0, \qquad y \qquad \sum F_y = 0$$

2. Segunda condición de equilibrio. La suma de las torcas es igual a cero.

$$\sum T = 0$$

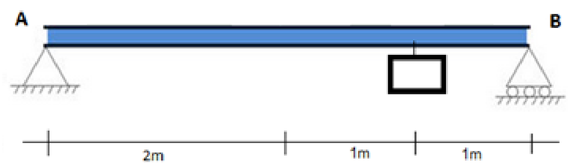
El procedimiento para resolver problemas de equilibrio es el siguiente:

1. Dibuja el diagrama de cuerpo libre del sistema con los datos involucrados.
2. Selecciona el eje de rotación en el punto donde se tenga menos información, por ejemplo, el punto en que se aplica una fuerza desconocida.

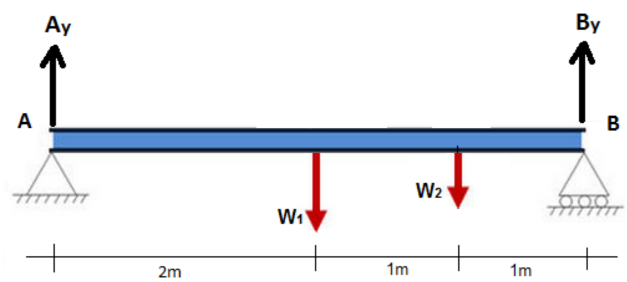
3. Aplica la primera y la segunda condición de equilibrio.
4. Dadas las ecuaciones obtenidas, calcular las incógnitas.

Ejemplo

Una viga uniforme de longitud **L** pesa 200 N y sostiene un objeto de 450 N. Calcular la magnitud de las fuerzas que ejercen las columnas de apoyo sobre la viga colocadas en los extremos.



El diagrama de cuerpo libre



Se selecciona el punto A como eje de rotación..

Aplicando la segunda condición de equilibrio, tenemos que:

$$\sum T = 0$$
$$A_y(0) - 200N(2m) - 450N(3m) + B_y(4m) = 0$$
$$B_y = \frac{400\ Nm + 1350Nm}{4m}$$
$$B_y = 437.5\ N$$

Aplicando la primera condición de equilibrio:

$$\sum F_x = 0, \qquad y \qquad \sum F_y = 0$$

Debido a que no hay fuerzas en eje x, $\sum F_x = 0$

Como se muestra en el diagrama de cuerpo, en el eje **y** actúan cuatro fuerzas, por lo tanto:

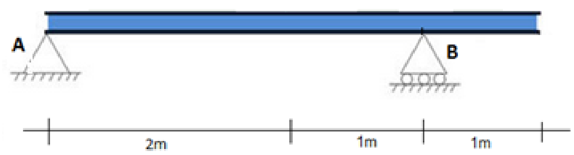
$$\sum F_y = 0$$

$$A_y - 200N - 450N + 437.5N = 0$$

$$A_y = 212.5\ N$$

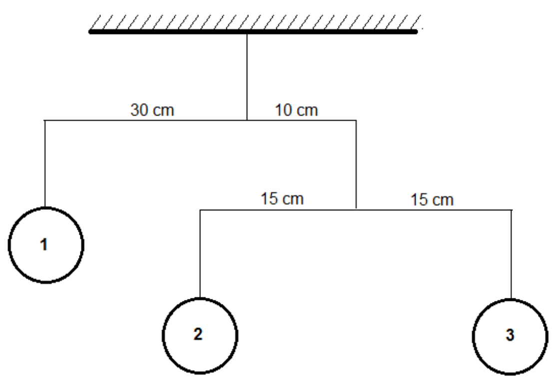
Actividades de aprendizaje 9

1.- Una viga uniforme de 500 N de peso y cuatro metros de longitud se encuentra en reposo horizontalmente sobre dos apoyos, como se muestra en la figura. Determinar el valor de las fuerzas que soportan los apoyos.



2.- Un móvil se encuentra colgado en equilibrio como se observa en la figura. Consiste en objetos suspendidos por hilos verticales. El objeto 3 pesa 1.4 N y cada una de las barras horizontales pesa 0.5 N, siendo idénticas. Calcular:

a) El peso de los objetos 1 y 2.
b) La tensión del hilo superior.



Subtemas: *Desplazamiento angular*
Velocidad angular
Aceleración angular
Aprendizaje 6: **Aplica** *(**N2**) el desplazamiento, la velocidad y la aceleración angulares a la resolución de problemas.*

Conceptos previos	Conceptos clave
• Rapidez angular • Desplazamiento angular	• Velocidad angular • Aceleración angular

Recuerda que el desplazamiento angular (**θ**) es el ángulo descrito por un cuerpo que se mueve de manera circular, se mide en radianes y cuando éste da una vuelta completa el desplazamiento angular es 2π rad.

La velocidad angular (**ω**) se define como el desplazamiento angular en la unidad de tiempo, se expresa en rad/s. La velocidad angular constante es una característica del movimiento circular uniforme.

Cuando un ventilador inicia su movimiento la velocidad angular se va incrementando con el tiempo, es decir: el número de vueltas cada vez es mayor en el mismo tiempo: el cambio sufrido en su velocidad angular por unidad de tiempo recibe el nombre de aceleración angular (α) cuyas unidades son rad/s^2, lo que se expresa como:

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_0}{t}$$

Otros ejemplos de movimiento circular acelerado lo podemos observar en la centrífuga de la lavadora al dar inicio empieza a incrementar su velocidad o bien en las llantas de un automóvil mientras el auto acelera o frena.

Ejemplos:

1. Un ciclista circula por la calle con una velocidad inicial de 9 m/s, al llegar a un semáforo frena lentamente hasta el reposo; recorriendo una distancia de 20 m durante el frenado. Cada una de las ruedas de la bicicleta, tiene un diámetro de 68 cm. Determina: a) La velocidad angular de las ruedas en su movimiento inicial. b) El número de revoluciones que realiza la rueda hasta detenerse. c) La aceleración angular de cada rueda. d) El tiempo que tarda en detenerse el ciclista.

Datos	Fórmula y sustitución de datos	Resultados
$v_i = 9\, m/s$ $D = 68\, cm$ $r = 34\, cm$ $= 0.34\, m$ $d = 20\, m$	$\omega_i = \frac{v_i}{r}$ a) $\omega_i = \frac{9\frac{m}{s}}{0.34\, m} = 26.47\, rad/s$ b) revoluciones $= \frac{20\text{ m}}{2\pi r} = \frac{20\, m}{(2\pi)(0.34)m} =$ $9.36\, rev$ c) $\alpha = \frac{\omega_f^2 - \omega_i^2}{2\theta} = \frac{0-(26.47\, rad/s)^2}{2(2\pi)(9.36\, rev)} =$	a) $\omega_i = 26.47\, rad/s$ b) $9.36\, rev$ c) $\alpha = -5.96\, rad/s^2$ d) $t = 4.44\, s$

	$\frac{-700.66\,rad^2/s^2}{117.62\,rad} = -5.96\,rad/s^2$ d) $t = \frac{\omega_f - \omega_i}{\alpha} = \frac{0-26.47\,rad/s}{-5.96\,rad/s^2} = 4.44\,s$	

2. Un disco de 30 cm de diámetro tarda 10 segundos en adquirir una velocidad angular constante de 360 rpm (revoluciones por minuto) a) Determina la aceleración angular que sufre el disco. b) ¿cuál es la velocidad tangencial del disco sobre un punto en la periferia cuándo alcanza su máxima velocidad? c) Calcula la aceleración centrípeta que debe tener el disco para mantener su velocidad d) Determina el número de vueltas que da el disco hasta alcanzar su máxima velocidad.

Datos	Fórmula y sustitución de datos	Resultados
d = 30 cm r = 15 cm t = 10 s ω_f = 360 rpm α = ¿? υ_T = ¿? a_c = ¿?	La velocidad inicial del disco es 0. Transformando las revoluciones por minuto a radianes por segundo. 1 rev = 2π rad, 1 min = 60 s $\omega_f = 360\,rpm = \frac{(360)(2\pi\,rad)}{60\,s} = 12\pi\frac{rad}{s}$ a) Para determinar la aceleración angular $\alpha = \frac{\omega_f - \omega_0}{t} = \frac{(12\pi - 0)\frac{rad}{s}}{10\,s} = 1.2\pi\,\frac{rad}{s^2}$ b) Conocemos la relación entre la velocidad angular y la tangencial. $v_T = r\omega = (0.15\,m)\left(12\pi\frac{rad}{s}\right) = 1.8\pi\frac{m}{s}$ c) Por ser un movimiento circular, debe existir una aceleración centrípeta que mantenga dicha trayectoria. $a_c = r\omega^2 = (0.15\,m)\left(12\pi\frac{rad}{s}\right)^2 = 21.6\pi^2\,\frac{m}{s^2}$ d) Necesitamos conocer el desplazamiento angular realizado por el disco durante el tiempo que fue acelerado, para determinar el número de vueltas que describe. $\theta = \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2$	$\alpha = 1.2\pi\,\frac{rad}{s^2}$ $v_T = 1.8\pi\frac{m}{s}$ $r = 0.15\,m$ $a_c = 21.6\pi^2\,\frac{m}{s^2}$ $n° = 30\,vueltas$

	$\theta = \left[\left(0\frac{rad}{s}\right)(10\ s)\right] + \frac{1}{2}\left[\left(1.2\pi\ \frac{rad}{s^2}\right)(10\ s)^2\right]$ $\theta = 60\pi\ rad$ $n° = \frac{\theta}{2\pi} = \frac{60\pi}{2\pi} vueltas = 30\ vueltas$	

Actividades de aprendizaje 10

1. Un ventilador gira con una velocidad de 900 rpm. Al apagarlo comienza a disminuir su velocidad y completa 75 vueltas hasta detenerse por completo. Determina el tiempo que necesita el ventilador desde que se apaga hasta que se detiene por completo.

2. Un automóvil viaja a una velocidad de 150 km/h, cuando se aplica el freno para detenerlo después de 50 segundos. Calcula: a) la velocidad angular inicial de las ruedas en rad/s, si sabemos que éstas tienen un diámetro de 40 cm. b) La aceleración angular de frenado. c) el número de vueltas que dan las ruedas durante el frenado.

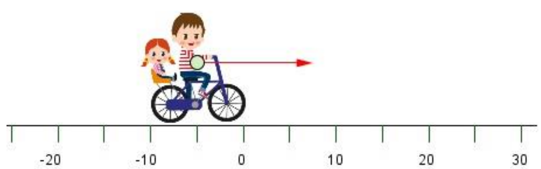
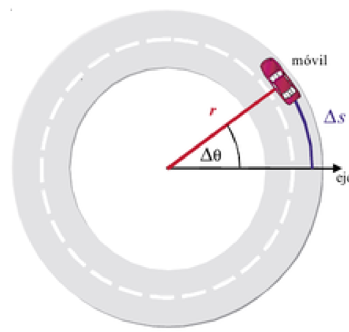
3 Un cazador coloca una piedra sobre su honda y la hace girar durante 10 segundos con una aceleración constante de π rad/s^2, para soltar la cuerda y lanzar la piedra a un animal. a) Calcula la velocidad tangencial que alcanza la honda, si la cuerda mide 30 cm. b) Si el cazador requiere lanzar la piedra con el doble de la velocidad tangencial anterior, ¿cuánto tiempo más requiere acelerar su piedra? c) Si la cuerda mide 15 cm, ¿qué tiempo requiere acelerar la piedra para alcanzar la velocidad del inciso b?

Subtema: *Analogías de parámetros lineales y angulares.*

Aprendizaje 7: ***Identifica (N2)*** *analogías que relacionen los parámetros del movimiento rotacional (θ, ω, α) con los parámetros del movimiento rectilíneo (d, v, a).*

Conocimientos previos	Conocimientos clave
• Desplazamiento angular • Rapidez angular • Aceleración angular • Coordenadas cartesianas • Coordenadas polares	• Analogías entre magnitudes lineales y magnitudes angulares

Durante tu estancia en el CCH has estudiado dos tipos de movimientos: Los lineales y los circulares. Cada uno de estos movimientos está caracterizado por sus respectivas magnitudes físicas, las cuales se presentan en el siguiente cuadro comparativo:

Movimiento lineal	Movimiento circular
• Distancia recorrida: d • Rapidez lineal: v • Aceleración lineal: a 	• Desplazamiento angular: θ • Rapidez angular: ω • Aceleración angular: α 

Como puedes observar, existe cierta analogía entre ambos movimientos. Un objeto en movimiento rectilíneo va adquiriendo posiciones que podemos cuantificarlas a través de un eje x, mientras que si está en movimiento circular la posición puede cuantificarse a través de un ángulo θ de desplazamiento. En ambos movimientos, el cuerpo va adquiriendo diferentes posiciones en cada instante, por lo que decimos que el objeto adquiere una velocidad ya sea lineal o angular. Recordemos que, en el movimiento circular están presentes ambos tipos de velocidades. Por último, si cambia la velocidad del objeto en distintos instantes, se dice que este adquiere una aceleración de tipo lineal o angular, según sea el caso.

La analogía no sólo está presente en las magnitudes físicas de cada movimiento sino también en sus expresiones matemáticas, como se muestra en la siguiente tabla:

Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado (MRUA)	Movimiento Circular Uniformemente Acelerado (MCUA)
$d_f = d_i + v_i t + \frac{1}{2}at^2$ $v_f = v_i + at$ $a = constante$ $x_f = x_i + \left(\frac{v_f + v_i}{2}\right)t$ $v_f^2 = v_i^2 + 2a(d_f - d_i)$	$\theta_f = \theta_i + \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2$ $\omega_f = \omega_i + \alpha t$ $\alpha = constante$ $\theta_f = \theta_i + \left(\frac{\omega_f + \omega_i}{2}\right)t$ $\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha(\theta_f - \theta_i)$

Como puedes observar las ecuaciones tienen la misma estructura, remarcando así la analogía[1] entre ambos movimientos. Cabe recordar que las magnitudes lineales y las magnitudes angulares se relacionan entre sí por medio de expresiones matemáticas ya revisadas en secciones anteriores de esta guía.

Ejemplo

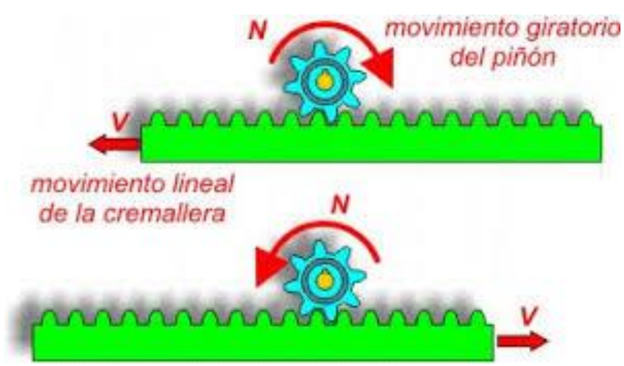
Un auto de carreras con velocidad 180 km/h, se mueve en una pista circular 32 m de radio durante 15 min. Determina:

a) la velocidad angular b) el desplazamiento lineal c) el desplazamiento angular

Datos	Fórmula y sustitución de datos	Resultados
v = 180 km/h r = 32 km t = 15 min ω = ¿ rad/s d = ? θ = ?	$v = \omega r$ $\omega = \frac{v}{r}$ $= \frac{180\,\frac{k\,m}{h}}{3.2\,x 10^{-2}\,km}$ d= v t = $(180\,\frac{k\,m}{h})$ (0.25 h) θ = $(56.25\,\frac{rad}{h})$ (0.25 h)	a) ω = 56.25 $\frac{rad}{h}$ b) d = 45 km c) θ = 14.06 rad

Actividad de aprendizaje 11

1.- En la figura se muestra un engrane o *piñón* unido a una cremallera. La cremallera se mueve linealmente con una velocidad **v** provocando el movimiento circular del engrane. Describe la analogía entre las magnitudes físicas existentes en este sistema, así como la relación entre ellas.



[1] Según el Diccionario de la Real Academia Española, el significado de analogía es:
Del lat. analogía, y este del gr. ἀναλογία analogía.
1. f. Relación de semejanza entre cosas distintas.
2. f. Razonamiento basado en la existencia de atributos semejantes en seres o cosas diferentes.

2.- Un gato está jugando con un carrete de hilo, de repente, le da un manotazo que provoca que el carrete se desplace a lo largo del piso, lo que provoca que se desenrolle el hilo. Explica cómo es la analogía entre parámetros lineales y parámetros angulares.

Subtema: *Parámetros lineales y angulares.*

Aprendizaje 8: **Resuelve problemas *(N 3)*** *que relacionen la rapidez y aceleración lineales con la rapidez y aceleración angulares*

Conceptos previos	Conceptos clave
• Desplazamiento angular • Velocidad angular • Aceleración angular • Desplazamiento lineal • Velocidad lineal o tangencial • Aceleración lineal • Rapidez angular	• Movimiento lineal • Movimiento circular

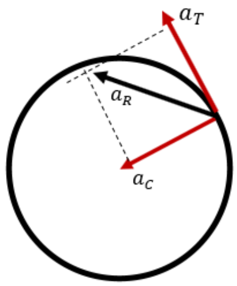
A continuación, se exponen las diferencias que existen entre los parámetros lineales y angulares, mientras que en uno se puede medir la velocidad en m/s en el otro se mide en rad/s o en rev/s. enseguida hace una comparación entre ellos.

Ejemplos

1. Un disco gira en una tornamesa a una velocidad angular de 60 rad/s. ¿A qué distancia del eje deben colocarse unas monedas para que éstas tengan una velocidad tangencial de 12 m/s

Datos	Fórmula y sustitución de datos	Resultados
v = 12m/s ω = 60 rad/s	$v = \omega r$ $r = \frac{v}{\omega}$ $r = \frac{12\ \frac{m}{s}}{60\frac{rad}{s}}$	r = 0.2 m

2. Determina la aceleración resultante $a_R =$ de una un objeto que se mueve en un círculo de radio r = 0.7 m cuando su velocidad angular es de ω = 4 rad/s y su aceleración angular es α = 5 rad/s^2



$$a_T = \alpha r$$

$$a_C = \frac{v^2}{r}$$

Datos	Fórmula y sustitución de datos	Resultados
r = 0.7 m ω = 4 rad/s α = 5 rad/s^2	$v = \omega r = (4\,rad/s)\,(.7m) = 2.8\,m/s$ $a_C = \frac{v^2}{r} = \frac{(2.8\frac{m}{s})^2}{0.7\,m} = 11.2\,m/s^2$ $a_T = \alpha r = (5\,rad/s^2)\,(.7m)$ $= 3.5\,m/s^2$ $a_R = \sqrt{a_T^2 + a_C^2}$ $= \sqrt{}(3.5\,m/s^2)^2 + (11.2\,m/s^2)^2$	$a_R =$ = 11.73 m/s^2

3. Un disco gira a razón de 100 rpm. Calcula la velocidad lineal a 1.5 m del centro.

Datos:	Fórmula y sustitución de datos	Resultado:
$\omega = 100\,r.p.m$ $r = 1.5\,m$	Convertimos Unidades $\omega = \left(100\,\frac{\cancel{rev}}{\cancel{min}}\right)\left(\frac{2\pi rad}{1\,\cancel{rev}}\right)\left(\frac{1\,\cancel{min}}{60\,s}\right) = 10.471\,\frac{rad}{s}$ $v = \omega r$ $v = \left(10.471\,\frac{rad}{s}\right)(1.5\,m) = 15.706\,\frac{m}{s}$	$v = 15.706\,\frac{m}{s}$

4. Una llanta de r=0.35 m de radio está girando con una velocidad de ω_i=8π $\frac{rad}{s}$, se le aplican los frenos y se detiene en 4s. Calcular la aceleración angular y la velocidad lineal a los 2 s de que freno.

Datos:	**Desarrollo:**	**Resultado:**
$\omega_i = 8\pi \frac{rad}{s}$ $r = 0.35\, m$ $t = 4\, s$	$\omega_f = \omega + \alpha t$ Despejando: $\alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{t}$ Sustituyendo valores: $\alpha = \frac{\left(0\frac{rad}{s}\right) - \left(8\pi\frac{rad}{s}\right)}{(4s)} = -2\pi\ \frac{rad}{s^2}$ $\omega = \omega_i + \alpha t$ $\omega_f = \left(8\pi\frac{rad}{s}\right) + \left(-2\pi\ \frac{rad}{s^2}\right)(2\, s)$ $= 4\pi\ \frac{rad}{s}$ $v = \omega_f \cdot r$ $v = \left(4\pi\ \frac{rad}{s}\right)(0.35\, m) = 4.398\ \frac{m}{s}$	$\alpha = -2\pi\ \frac{rad}{s^2}$ $Para\ t = 2\, s$ $v = 4.398\ \frac{m}{s}$

Actividad de aprendizaje 12

Resuelve los siguientes problemas:

1. Una polea de 300 mm de diámetro gira inicialmente con una velocidad angular de ω_i = 6 rad/s y luego recibe una aceleración angular constante de α = 4 rad /s^2. ¿Cuál es la velocidad tangencial de una correa montada en dicha polea, el cabo de 10 s? ¿Cuál es la aceleración tangencial de la correa?

2. La Estación Espacial Internacional gira con velocidad angular constante alrededor de la Tierra cada 90 minutos en una órbita a 300 km de altura sobre la superficie terrestre. Calcular su velocidad lineal.

3. Una centrifuga de 20 cm de radio gira a 600 rpm. Calcula la velocidad a la que sale el agua.

4. Un ventilador tiene un radio de 50 cm gira a una razón de 3500 rpm, si al apagarse se frena con una aceleración $\alpha = -\frac{1}{8}\pi \frac{rad}{s^2}$ ¿cuánto tiempo tarda para detenerse?

Subtema*: Momento de inercia.*

Aprendizaje 9*:* ***Determina (N3)*** *el momento de inercia de un sistema discreto de cuerpos.*

Conocimientos previos	Conceptos clave
• Eje de rotación	• Momento de inercia • Cuerpo rígido

Juan va con sus papás al parque donde hay juegos mecánicos. Corre hacia un juego giratorio (*remolino*) cuya masa es de 50 kg y tiene 0.8 m de radio, se encarrera y lo hace girar subiéndose para disfrutar el juego. Al siguiente domingo va a otro parque y también hay un *remolino*, solo que éste tiene una masa de 75 kg y 0.8 m de radio. Al tratar de hacerlo girar, se da cuenta que no puede, por lo que aplica más esfuerzo para lograrlo.¿Cómo se explica esta situación?

Para comprender y describir el comportamiento del juego, es necesario conocer los siguientes conceptos que están relacionados a él.

El momento de inercia ***(I)*** de un cuerpo, es la medida de la oposición que presenta éste a realizar un movimiento de giro alrededor de un eje de rotación. Las unidades de I, son: kg m^2.

Ahora, estamos en condiciones de resolver el problema de Juan.

Datos	Fórmula y sustitución de datos	Resultados
m_1=50 kg m_2= 75 kg	Para el remolino de 50 kg $I_{50} = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \cdots = \sum m_i r_i^2$ $I_{50} = mr^2 = (50\ kg)(0.8\ m)^2$	$I_{50} = 32\ [kgm^2]$

r= 0.8m I_{50}=? I_{100}=?	$I_{50} = 32\ [kgm^2]$ Para el remolino de 75 kg $I_{100} = m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + \cdots = \sum m_ir_i^2$ $I_{100} = mr^2 = (75\ kg)(0.8\ m)^2$ $I_{100} = 48\ [kgm^2]$	$I_{100} = 48\ [kgm^2]$

De la solución del problema se observa que, el remolino cuya masa es de 75 kg presenta mayor oposición a realizar el giro con respecto a su eje de rotación, que el de 50 kg, considerando el juego como una partícula.

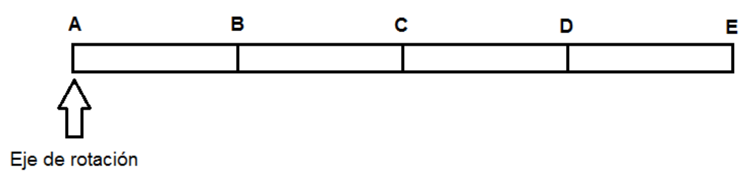
Si un cuerpo se considera que está constituido por pequeñas masas: m_1, m_2, …, m_n a las distancias respectivas: r_1, r_2, …, r_n a partir de un eje de rotación, su momento de inercia alrededor de dicho eje, es:

$$I = m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + \cdots = \sum m_ir_i^2$$

Ejemplo

Una varilla delgada de 1 m de longitud tiene una masa muy pequeña, la cual se puede ignorar. Se colocan 5 masas de 1 kg cada una, situadas a 0 cm, 25 cm, 50 cm, 75 cm y 1.0 m de uno de los extremos. Calcular el momento de inercia del sistema respecto a un eje de rotación ubicado en los puntos de la varilla:
a) A, b) B, c) C, d) D y e) E

Solución: a)



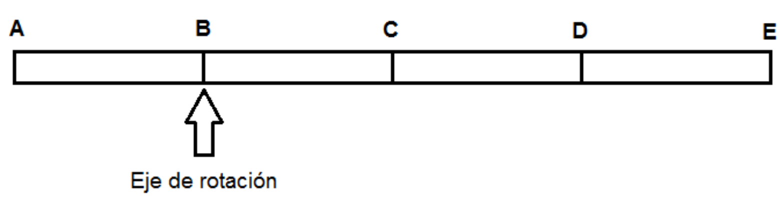
$$I_A = m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + \cdots = \sum m_ir_i^2$$

$$I_A = m_Ar_A^2 + m_Br_B^2 + m_Cr_C^2 + m_Dr_D^2 + m_Er_E^2$$

$$I_A = (1\ kg)(0.0)^2 + (1\ kg)(0.25)^2 + (1\ kg)(0.50)^2 + (1\ kg)(0.75)^2 + (1\ kg)(1.0)^2$$

$$I_A = 1.875\ [kgm^2]$$

Solución: b)



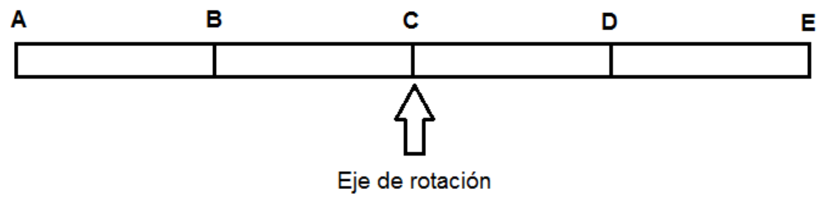
$$I_B = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \cdots = \sum m_i r_i^2$$

$$I_B = m_A r_A^2 + m_B r_B^2 + m_C r_C^2 + m_D r_D^2 + m_E r_E^2$$

$$I_B = (1\ kg)(0.25)^2 + (1\ kg)(0.0)^2 + (1\ kg)(0.25)^2 + (1\ kg)(0.5)^2 + (1\ kg)(0.75)^2$$

$$I_B = 0.9375\ [kgm^2]$$

Solución: c)



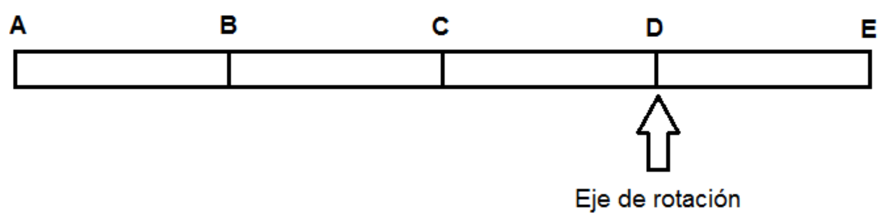
$$I_C = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \cdots = \sum m_i r_i^2$$

$$I_C = m_A r_A^2 + m_B r_B^2 + m_C r_C^2 + m_D r_D^2 + m_E r_E^2$$

$$I_C = (1\ kg)(0.5)^2 + (1\ kg)(0.25)^2 + (1\ kg)(0.0)^2 + (1\ kg)(0.25)^2 + (1\ kg)(0.5)^2$$

$$I_C = 0.625\ [kgm^2]$$

Solución: d)



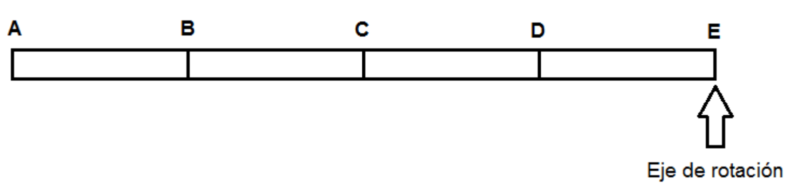
$$I_D = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \cdots = \sum m_i r_i^2$$

$$I_D = m_A r_A^2 + m_B r_B^2 + m_C r_C^2 + m_D r_D^2 + m_E r_E^2$$

$$I_D = (1\ kg)(0.75)^2 + (1\ kg)(0.5)^2 + (1\ kg)(0.25)^2 + (1\ kg)(0.0)^2 + (1\ kg)(0.25)^2$$

$$I_D = 0.9375\ [kgm^2]$$

Solución: e)



$$I_E = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \cdots = \sum m_i r_i^2$$

$$I_E = m_A r_A^2 + m_B r_B^2 + m_C r_C^2 + m_D r_D^2 + m_E r_E^2$$

$$I_E = (1\ kg)(1.0)^2 + (1\ kg)(0.75)^2 + (1\ kg)(0.5)^2 + (1\ kg)(0.25)^2 + (1\ kg)(0.0)^2$$

$$I_E = 1.875\ [kgm^2]$$

Actividades de aprendizaje 13

1. Una puerta de madera de masa 14 kg tiene la manija para abrir y cerrar a una distancia de 90 cm de las bisagras. Determinar el momento de inercia que presenta dicha puerta.

2. Una varilla delgada de 120 cm de longitud tiene una masa muy pequeña, la cual se puede ignorar. Se colocan 3 masas de 1350 g cada una, situadas a 0 cm, 1/3 de su longitud y en el otro extremo. Calcular el momento de inercia del sistema respecto a un eje de rotación ubicado en los puntos "A, B y C":

Subtema: *Momento de inercia de cuerpos sólidos.*

Aprendizaje 10: ***Resuelve (N3)*** *Problemas que involucren el momento de inercia de cuerpos sólidos regulares.*

Conocimientos previos	Conceptos clave
• Momento de inercia • Torca	• Cuerpo sólido

Un cuerpo sólido es cualquier sistema formado por partículas tales que las distancias entre ellas permanecen constantes, compuesto de un número finito de partículas, cada una con una masa m_i, la masa total es:

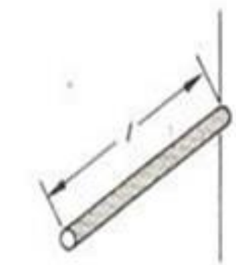
$$m = \sum m_i$$

El momento de inercia de un sólido es una magnitud escalar, como vimos antes se representa por:

$$I = \sum m_i r_i^2$$

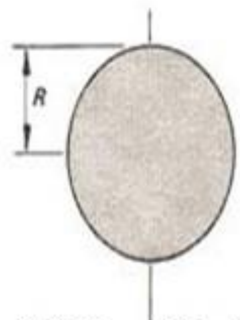
El momento de inercia es directamente proporcional a la masa del cuerpo y al cuadrado del radio, por lo que, si mantenemos la masa de un cuerpo la inercia rotacional aumenta con el cuadrado de la distancia al eje de giro.

A continuación, se presentan los momentos de inercia para diferentes cuerpos sólidos:



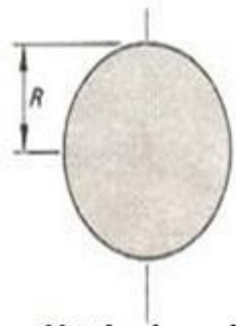
(g) Barra delgada, eje en uno de sus extremos

$$I = \frac{1}{3}ml^2$$



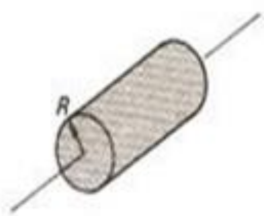
(h) Esfera sólida, eje en su diámetro

$$I = \frac{2}{5}mR^2$$



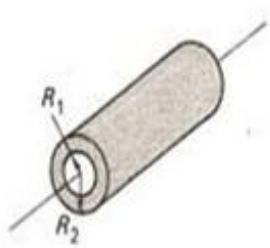
(i) Esfera hueca de pared delgada

$$I = \frac{2}{3}mR^2$$



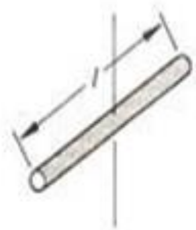
(d) Cilíndro sólido

$$I = \frac{1}{2}mR^2$$



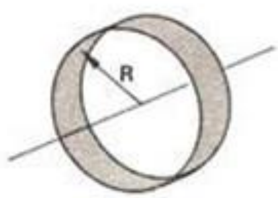
(e) Cilindro hueco

$$I = \frac{1}{2}m(R_1^2 + R_2^2)$$



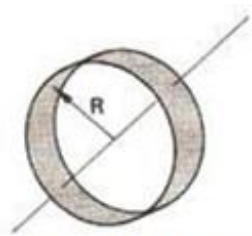
(f) Barra delgada, eje a través de su centro

$$I = \frac{1}{12}ml^2$$



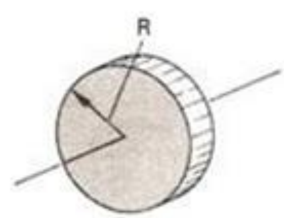
(a) Aro delgado

$$I = mR^2$$



(b) Aro elgado alrededor de uno de sus diámetros

$$I = \frac{1}{2}mR^2$$



(c) Disco sólido

$$I = \frac{1}{2}mR^2$$

Para resolver los siguientes ejemplos utiliza la fórmula del cuerpo sólido correspondiente al problema.

Ejemplos

1. Determina el momento de inercia de la Tierra, Suponiendo que la tierra es una esfera homogénea de masa 5.972 $x10^{24}$ kg y radio 6371 km.

Datos	Fórmula y sustitución de datos	Resultado
m = $5.972x10^{24}$ kg R = 6371 km	El momento de inercia para una esfera es: $I = \frac{2}{5} m R^2$ $I = \frac{2}{5}$ $(5.972x10^{24}$ kg $)($ 6371 $x10^3$ $m)^2$ $= 96.96 \times 10^{36}$ kgm^2	$I = 96.96 \times 10^{36}$ kgm^2

2. Determine la inercia rotacional de una varilla de 1.2 m de largo y 0.5 Kg de masa si su eje de rotación es:
   a) El centro de la varilla
   b) Un extremo de la varilla

Datos	Fórmula y sustitución de datos	Resultado
m = 0.5 kg a) r = 0.6 m b) r = 1.2 m	a) $I = \frac{1}{12} m\, r^2$ $\boldsymbol{I} = \frac{1}{12}(0.5\ kg)(0.6\ m)^2 = \frac{1}{12}(0.5\ kg)(0.36\ m^2)$ $\boldsymbol{I} = 0.015\ kg\ m^2$ b) $I = \frac{1}{3} m\, r^2$ $\boldsymbol{I} = \frac{1}{3} m\, r^2 = \frac{1}{3}(0.5\ kg)(1.44\ m^2) = 0.24\ kg\ m^2$	a) $\boldsymbol{I} = 0.06\ kg\ m^2$ b) $\boldsymbol{I} = 0.24\ kg\ m^2$

3. Una esfera sólida de radio 50 cm y masa 3 Kg gira a 300 $\frac{rev}{min}$ sobre uno de sus diámetros. Determine a) su momento de inercia, b) su momento angular, c) su energía cinética de rotación.

Datos	Fórmula y sustitución de datos	Resultado
R = 0.5 m	a) $I = \frac{2}{5} m R^2$	a) $I = 0.3$ kgm^2

m = 3 kg ω =300rev/min = 10π $\frac{rad}{s}$	I = $\frac{2}{5}$ (3 kg) (0.5 m)^2 = 0.3 kgm^2 el momento angular es: L = I ω b) L = (0.3 kgm^2) (10π $\frac{rad}{s}$) = 9.42 kgm^2/s c) E_c = Iω^2 = (0.3 kgm^2) (10π $\frac{rad}{s}$)^2 = 296.08 kgm^2/s^2	b) L =9.42 kgm^2/s c) E_c= 296.08 J

4. Una licuadora tiene un motor capaz de producir una torca constante de 100 Nm, además de alcanzar velocidad máxima de rotación de 150 rad/s, si las aspas tienen una inercia rotacional de 0.1 kgm^2. a) Determina la aceleración angular que experimentarán las aspas cuando se enciende el motor. b) Calcula el tiempo empleado por las aspas para alcanzar su velocidad máxima, después de encenderse.

Datos	Fórmula y sustitución de datos	Resultado
Τ = 100 N m ω_f = 150 rad/s ω_i= 0 I = 0.1 kg m^2	a) $\alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{100\ Nm}{0.1\ kgm^2} = 1000\ \frac{rad}{s^2}$ b) despejando t de la ecuación: $\alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{t}$ $t = \frac{\omega_f - \omega_i}{\alpha} = \frac{150\ \frac{rad}{s}}{1000\ \frac{rad}{s^2}} = 0.15\ s$	a) α = 1000 $\frac{rad}{s^2}$ b) t = 0.15 s

Actividades de aprendizaje 14

1. Una masa de 3 Kg gira a 90 rpm en el extremo de un cordel de 70 cm de longitud. Calcula: a) su momento de inercia, b) su momento angular.
2. La energía cinética de una esfera hueca que gira sobre uno de sus diámetros es de 300 J. a) Si su momento de inercia es de 0.50 Kg m^2, determina su velocidad angular. b) Si gira a una velocidad angular de 15 rad/s, ¿cuál es su momento de inercia?
3. En la parte superior de un plano inclinado hay dos esferas de masas 1.5 Kg y radio 20 cm, la primera es maciza y la segunda es hueca y de corteza delgada. Determina: a) Inercia rotacional de cada esfera. b) ¿Cuál de las dos acelera más?

<u>Subtemas</u>*: Momento angular.*
Conservación de momento angular.

<u>Aprendizaje 11</u>*: **Aplica** (N3) la conservación del momento angular en la explicación de problemáticas específicas.*

Conocimientos previos	Conceptos clave
• Ímpetu • Movimiento angular • Inercia rotacional • Velocidad angular	• Momento angular de rotación. • Momento lineal de traslación.

Momento angular.

Considera una partícula material m que se mueve en una trayectoria circular de radio r, como se muestra en las figuras del aprendizaje 1. Si su velocidad tangencial es v, entonces esta partícula tendrá una cantidad de movimiento rectilíneo $p = mv$. Por lo que, la cantidad de movimiento angular L de la partícula, respecto al eje de rotación fijo, se define como el producto de su cantidad de movimiento rectilíneo por el radio de giro.

$$L = mvr$$

Por otro lado, la definición de L aplicada a un cuerpo rígido es diferente. Es decir, que ahora para determinarlo se debe considerar el momento de inercia I del objeto rígido que gira alrededor de un eje O. Por lo que cada partícula del cuerpo tiene una cantidad de movimiento angular igual a mvr, que al sustituir $v = \omega r$, resulta que la cantidad de movimiento angular es:

$$L = mvr = \omega(mr^2)$$

Finalmente, si se suman todos los momentos angulares de cada partícula se obtiene:

$$L = I\omega$$

Conservación de momento angular.

Por definición al producto de τt se le llama *Impulso angular*, que a su vez es igual al *cambio del momento angular*. Expresado matemáticamente se escribe así:

$$\tau t = I_f\omega_f - I_i\omega_i$$

Observa que si no se efectúa ningún momento de torsión externo τ al cuerpo que gira, es decir, $\tau = 0$. Se obtiene que:

$$\tau t = 0t = I_f\omega_f - I_i\omega_i = 0$$

$$I_f\omega_f = I_i\omega_i$$

Se llega así, a la expresión matemática de la *conservación de momento angular*.

Este resultado se puede visualizar sorprendentemente en casos en que el cuerpo que gira no es rígido, es decir, que pueda cambiar su forma de tal modo que su momento de inercia cambie. En este tipo de situaciones, la rapidez angular cambia de tal modo que el producto $I\omega$ siempre es constante. Algunas situaciones reales en donde se presenta este comportamiento, son: en los patinadores, clavadistas, acróbatas y gatos, que controlan la rapidez con que giran sus cuerpos extendiendo o encogiendo sus extremidades para aumentar o disminuir su rapidez angular.

Ejemplos

1.- Se tiene un disco sólido uniforme de 0.2 m de radio y con una masa de 0.2 kg. Si el disco se hace girar en torno a su centro y se mantiene rotando a una velocidad angular de 50 $\frac{rad}{s}$, calcula su cantidad de momento angular

Datos	Fórmulas y sustitución de datos	Resultado
$r = 0.2\,m$ $m = 0.2\,kg$ $\omega = 50\dfrac{rad}{s}$	El momento de inercia del disco, girando en el centro es: $I = \frac{1}{2}mr^2$ Sustituyendo valores $I = \frac{1}{2}(0.2kg)(0.2m)^2$ $I = 0.004\ kg\ m^2$ Por lo que el momento angular es: $L = I\omega$ $= (0.004\ kg\ m^2)(50\dfrac{rad}{s})$ $= 0.2kg\dfrac{m^2}{s}$	$L = 0.2kg\dfrac{m^2}{s}$

2.- Una competidora de patinaje artístico como se muestra en la figura tiene una inercia rotacional de 4.5 $kg\ m^2$ con los brazos extendidos y cuando los cruza a su pecho es de 2.5 $kg\ m^2$. Si al momento de extender los brazos gira a 3 rev/s. ¿Cuál sería su velocidad angular con los brazos en su pecho?

Datos	Fórmulas y sustitución	Resultado
$I_i = 4.5\ kg\ m^2$ $I_f = 2.5\ kg\ m^2$ $\omega_i = 3\frac{rev}{s}$	La conservación del momento angular indica que: $I_f\omega_f = I_i\omega_i$ Despejando ω_f $\omega_f = \frac{I_i\omega_i}{I_f}$ Sustituyendo valores: $\omega_f = \frac{(4.5\ kg\ m^2)(3\frac{rev}{s})}{2.5\ kg\ m^2}$ $= 5.4\frac{rev}{s}$	$\omega_f = 5.4\frac{rev}{s}$

Actividades de aprendizaje 15

1.- Para apoyarte en la comprensión de estas temáticas, observa los siguientes videos y contesta las preguntas:

Momento angular en una rueda de bici https://youtu.be/4vLaaAyBYF4

¿Qué es momento angular?
https://www.youtube.com/watch?v=xhYfxYpWRQc

Ciencia Para Ti: ¿Por qué no te caes de una bicicleta?
https://www.youtube.com/watch?v=XEP83QozuIM

a) ¿Por qué la llanta cuando se encuentra girando no se cae al sujetarla de un extremo de su buje?

b) ¿Qué relación hay entre el momento angular y el momento lineal?

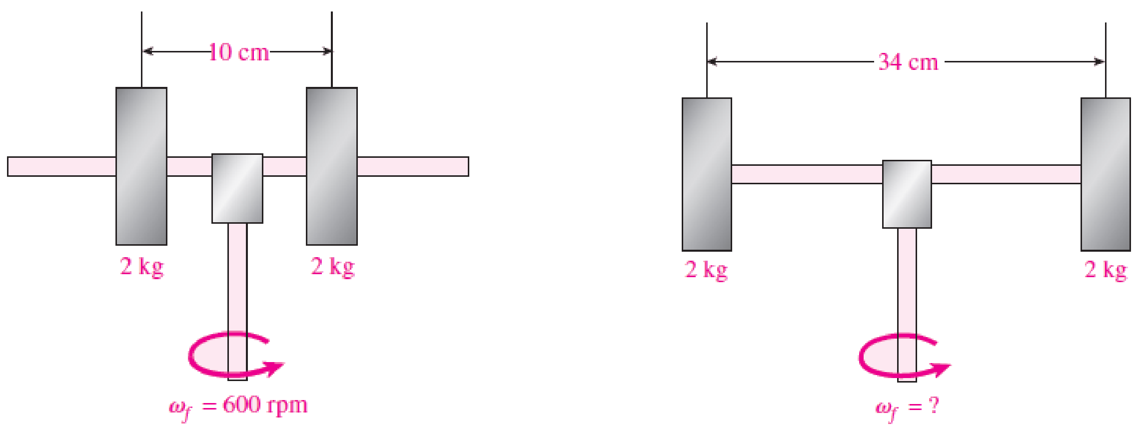
c) ¿En qué momento una patinadora logra girar más rápido y en qué momento más lento?

d) ¿Cómo actúa el momento angular de la llanta para que el sistema silla-persona-llanta gire? Realiza un esquema mostrando cada vector involucrado.

e) ¿Cuál sería tu explicación sobre por qué no se cae una bicicleta cuando se encuentran sus llantas girando?

2.- Una varilla de acero de 500 g y 30 cm de longitud gira sobre su centro a 180 *rev/min*. ¿Cuál es su cantidad de movimiento angular?

3.- Una varilla que conecta dos masas (figura inferior) tiene un peso insignificante, pero está diseñada para permitir que los pesos se deslicen hacia afuera, por efecto de la fuerza centrífuga. En el instante en que la rapidez angular llega a 600 *rev/min*, las masas de 2 kg están separadas 10 cm. ¿Cuál será la rapidez rotacional cuando las masas estén a 34 cm de distancia una de otra?



UNIDAD 2

SISTEMAS DE FLUIDOS

Presentación

En la primera parte se estudian algunas propiedades de los fluidos en reposo y las leyes que los rigen; en la segunda, se abordan algunas propiedades dinámicas de los fluidos considerando la conservación de la masa y de la energía. En la tercera parte se indican los límites de validez del modelo de fluidos ideales.

El estudio y análisis de los conceptos relativos a esta unidad permiten explicar el funcionamiento de dispositivos hidráulicos y neumáticos tales como: prensa hidráulica, baumanómetro y tubo de Venturi; así como el comportamiento de diferentes tipos de fluidos y de sustentación aerodinámica.

Propósitos

Al final de la unidad el alumno:

- Describirá algunos aspectos del comportamiento de un fluido en condiciones estáticas o dinámicas.
- Comprenderá los límites de validez de los modelos matemáticos considerados.

- Analizará situaciones donde se manifiesten: procesos de transferencia de masa, de energía y principios de conservación, preferentemente en situaciones experimentales.
- Resolverá problemas prototipo donde se presenten procesos de transferencia de masa y energía con base en los principios de conservación.

Tema: Hidrostática

Subtema: *Fluidos estáticos*
Densidad
Presión

Aprendizaje 1: ***Aplica (N2)*** los conceptos de densidad y presión en la resolución de problemas.

Conocimientos previos	Conceptos clave
• Fuerza • Área • Fluidos	• Fluidos estáticos • Presión • Densidad

FLUIDOS ESTÁTICOS

La estática de fluidos estudia el equilibrio de gases y líquidos. A partir de los conceptos de densidad y de presión se obtiene la ecuación fundamental de la hidrostática, de la cual el principio de Pascal y el de Arquímedes pueden considerarse consecuencias. El hecho de que los gases, a diferencia de los líquidos, puedan comprimirse hace que el estudio de ambos tipos de fluidos tenga características diferentes. En la atmósfera se presentan los fenómenos de presión y de empuje que son estudiados con los principios de la estática de gases.

Un fluido no tiene una forma definida, en el caso de los líquidos, adoptan la forma de los recipientes que lo contienen, los líquidos pueden ser trasvasados o trasladados de un recipiente a otro, es decir pueden fluir, además los líquidos poseen un volumen constante, ya que difícilmente se pueden comprimir. Los gases no tienen un volumen propio, sino que ocupan el del recipiente que los contiene; son fluidos compresibles porque, a diferencia de los líquidos, sí pueden ser comprimidos.

El estudio de los fluidos en equilibrio constituye el objeto de la estática de fluidos. La hidrostática estudia los líquidos en equilibrio, y la aerostática estudia los gases en equilibrio, en particular del aire.

Densidad

Probablemente has escuchado que un cuerpo o sustancia es más denso que otro o te han preguntado: ¿Qué pesa más, un kilogramo de plomo o uno de algodón?, posiblemente deseas saber por qué los aviones vuelan y los barcos flotan, entre otros fenómenos relacionados con el concepto de ***densidad.***

Los cuerpos difieren por lo general en su masa y en su volumen. Estos dos atributos físicos varían de una sustancia a otra, o de un cuerpo a otro, de modo que, si consideramos cuerpos de la misma naturaleza, cuanto mayor es el volumen, mayor es la masa del cuerpo considerado. No obstante, una característica que distingue un cuerpo de otro es la densidad.

La densidad se define como la cantidad de masa de una sustancia por unidad de volumen.

La expresión matemática es la siguiente:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

donde:

ρ = Densidad $\left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right]$

m = masa [kg]

V = volumen [m^3]

Aun cuando, para una sustancia la masa y el volumen son directamente proporcionales, la relación de proporcionalidad es diferente para otras sustancias. Es precisamente la constante de proporcionalidad de esa relación la que se conoce como densidad y se representa por la letra griega ρ (Rho). Su unidad en el SI es $\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$

A diferencia de la masa o el volumen, que dependen de cada sustancia, la densidad depende solamente del tipo de material de que está constituido y no de la forma ni del tamaño. Se dice por ello que la densidad es una propiedad o atributo característico de cada sustancia. En los sólidos la densidad es aproximadamente constante, pero en los líquidos, y particularmente en los gases, varía con las condiciones del medio. Así en el caso de los líquidos se suele especificar la temperatura a la que se mide o calcula el valor de la densidad y en el caso de los gases se suele indicar la presión.

Peso específico

Otro concepto relacionado a la densidad es el peso específico (Pe), el cual se define como la relación que hay entre el peso de un cuerpo y el volumen que ocupa, es decir, representa la fuerza con que la Tierra atrae la unidad de volumen de la sustancia considerada. Su unidad en el SI es el $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^3}$ y su expresión matemática es la siguiente:

$$Pe = \frac{w}{V}$$

o también $$Pe = \frac{mg}{V}$$

por lo tanto:

$$P_e = \rho g$$

donde:

m: masa [kg]

g: aceleración de la gravedad $\left[9.81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right]$

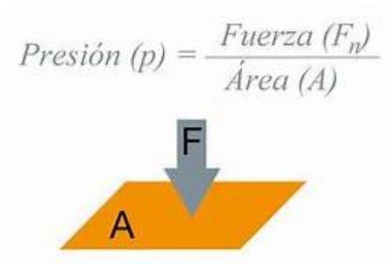
v: volumen [m^3]

Pe peso específico $\left[\frac{N}{m^3}\right]$

Presión (**P**)

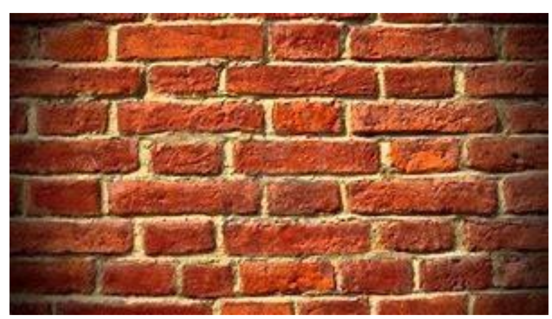
Es la fuerza perpendicular (**F**) que un cuerpo hace sobre otro para apretarlo o comprimirlo en una determinada área (**A**).

$$\mathbf{P} = \frac{\mathbf{F}}{\mathbf{A}}$$



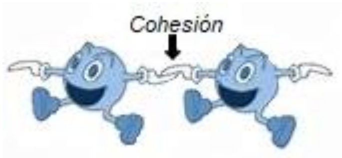
ADHERENCIA

Es una propiedad que se tiene en la superficie de los materiales, que les permite mantenerse unidos al estar en contacto, se presenta entre dos o más superficies de diferente o igual material; se produce por las interacciones electrostáticas o por las fuerzas de Van der Waals existentes entre moléculas y átomos de los materiales.



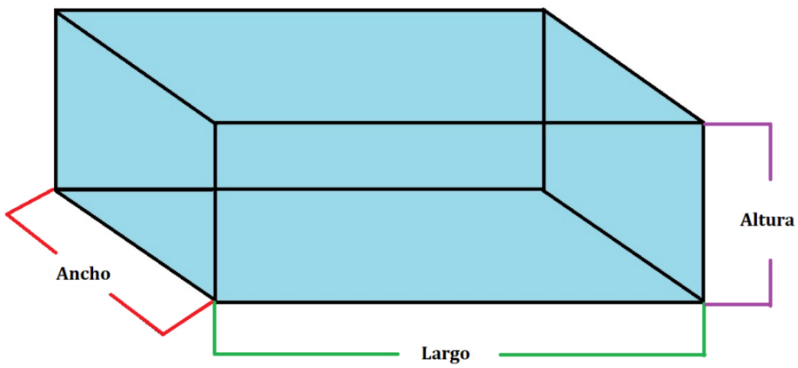
COHESIÓN

Es la fuerza de atracción entre moléculas adyacentes que mantiene unidas las partículas de un mismo material, es decir, se *pegan* entre sí, por ejemplo las gotas de mercurio.



Presión en Fluido Estático

Para determinar la presión hidrostática de un fluido en el fondo del recipiente que lo contiene, consideramos que este tiene de altura **h**, largo **l** y ancho **a**.



El peso (**W**) es la fuerza de atracción (**F**) que todo cuerpo experimenta debido a su masa (**m**) y la aceleración de la gravedad (**g**).

$$F = W = mg$$

La masa (**m**) de un fluido se expresa como una relación de su volumen (**V**) y densidad (**ρ**).

$$m = \rho V$$

El volumen del fluido es igual al volumen del recipiente que lo contiene y se determina como el producto de su altura (**h**) por el área de la base (**A**) que es el producto del largo (**l**) por el ancho (**a**).

$$V = Ah$$

Entonces

$$m = \rho Ah$$

Sustituimos este resultado en F

$$F = mg = \rho Ahg$$

La fuerza que ejerce el fluido se distribuye sobre el área del recipiente, por lo cual la expresión para la presión es:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{\rho A h g}{A}$$

Simplificando se obtiene la expresión que describe la presión hidrostática.

$$P = \rho g h$$

donde:

P: presión que ejerce el fluido $\left[\frac{N}{m^2} = Pa\right]$

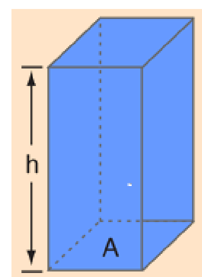
ρ: densidad del fluido $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$

g: aceleración de la gravedad $\left[9.81\,\frac{m}{s^2}\right]$

h: altura [m]

Ejemplo

Calcular la presión que se ejerce en el fondo de un recipiente lleno de agua cuya base tiene un área A = 0.5 m^2, y una altura h= 0.7 m sabiendo que la densidad del agua es de 1000 $\frac{kg}{m^3}$.



Datos	Fórmula y sustitución de datos	Resultados
$A = 0.5\ m^2$ $h = 0.7\ m$ $\rho = 1000\ \frac{kg}{m^3}$ $P = ?$	Sabemos que la presión es: $P = \rho\, g\, h$ Sustituyendo los datos: $P = \left(1000\ \frac{kg}{m^3}\right)\left(9.81\,\frac{m}{s^2}\right)(0.7\ m)$ $P = \left(1000\ \frac{kg}{m^3}\right)\left(6.867\,\frac{m^2}{s^2}\right)$ $P = 6867\ \frac{kg\, m^2}{m^3 s^2}$ $P = 6867\ \frac{\mathbf{kg\ m}m}{m^3 \mathbf{s^2}}$ $P = 6867\ \frac{\mathbf{N}\ m}{m^3}$ $P = 6867\ \frac{N}{m^2}$	$P = 6867\ Pa$

Cada sustancia tiene densidad diferente de otra, generalmente, los sólidos son más densos que los líquidos y estos que los gases, aunque hay excepciones. La densidad puede cambiar con la temperatura y la presión.

En la siguiente tabla se muestran densidades de algunas sustancias:

Sustancia	**Densidad kg/m^3**	**Densidad g/cm^3**
Agua	1000	1
Aceite	920	0.92
Gasolina	680	0.68
Plomo	11300	11.3
Acero	7800	7.8
Mercurio	13600	13.6
Madera	900	0.9
Aire	1.3	0.0013
Gas Butano	2.6	0.026
Dióxido de carbono	1.8	0.018

Ejemplos

1. Se desea saber el máximo de kilogramos de gasolina que puede almacenar un tanque cilíndrico de 5 m de altura y 1.5 m de diámetro. La densidad de la gasolina es de 680 kg/m^3, (dato consultado de la tabla anterior).

Datos	**Fórmula y sustitución de datos**	**Resultados**
h = 5 m D = 1.5 m ρ = 680 kg/m^3 π = 3.1416	$\rho = \frac{m}{V}$ $V = h\,\pi\,r^2 = (5m)(\pi)(0.75m)^2 = 8.8357m^3$ $m = \rho V = (680\ kg/m^3)(8.8357\ m^3)$	V = 8.8357m^3 m = 6008.2959 kg

2. ¿Qué volumen ocuparan 20 kg de Gas Butano y cuál será su peso específico?

Datos	**Fórmula y sustitución de datos**	**Resultados**
m = 20 kg g = 9.81 m/s^2 ρ = 2.6 kg/m^3	$\rho = \frac{m}{V}$ $V = \frac{m}{\rho} = \frac{20\ kg}{2.6\ kg/m3}$ $Pe = \rho g = (2.6\ kg/m^3)(9.81\ m/s^2)$	V = 7.6923 m^3 Pe = 25.506 N/m^3

Actividades de aprendizaje 16

1. ¿Qué volumen ocuparan 600 g de alcohol? y ¿Cuál es el peso de este volumen?
2. ¿Qué volumen de agua tiene la misma masa que 100 cm^3 de plomo? ¿Cuál es el peso específico del plomo?

Subtema: *Medición de la presión de un fluido.*

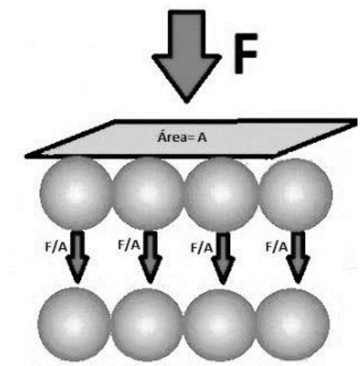
Aprendizaje 2: ***Describe (N2)*** con dibujos los principios básicos de la presión de fluidos.

Conocimientos previos	Conceptos clave
• Fuerza • Presión • Área	• Principio de Pascal • Prensa Hidráulica.

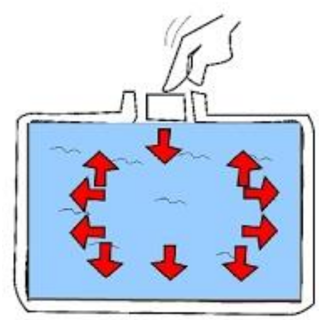
El Principio de Pascal implicó una construcción histórica muy importante siendo uno de los pilares de la hidrostática, este principio enuncia lo siguiente:

"La presión aplicada en un punto de un fluido ideal en reposo contenido en un recipiente, se transmite con la misma magnitud a cada una de las partes"

Es decir, la fuerza que se aplica a un área determinada será transmitida en su totalidad al elemento siguiente.



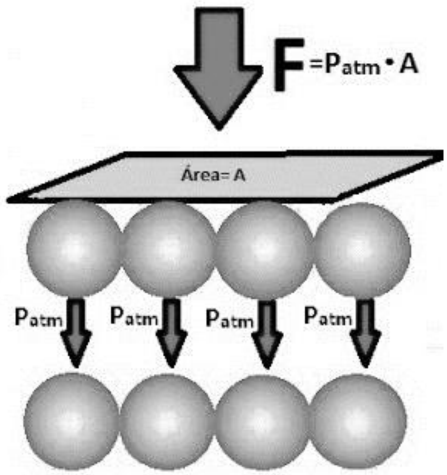
Por ejemplo, si aplicamos presión a un corcho que tapa un recipiente como el que se muestra en la figura, la presión será trasmitida a través del fluido hasta alcanzar las paredes del recipiente.

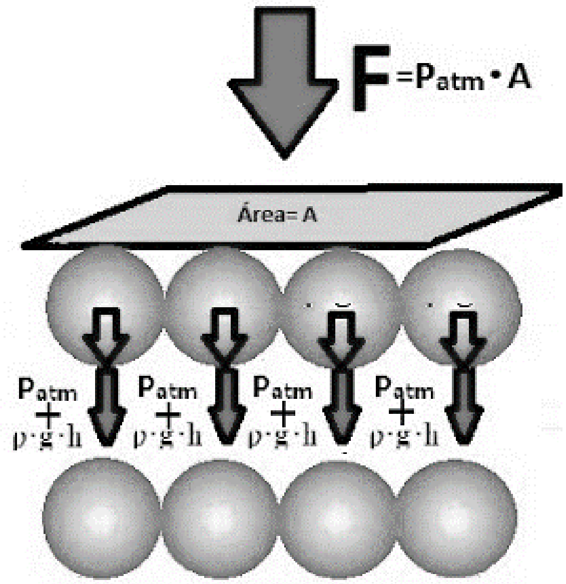


Hay que tener cuidado y no confundirnos. La presión ejercida sobre un fluido se trasmite con igual intensidad, pero no quiere decir que el fluido tiene una única presión al variar en profundidad, hay que tomar en cuenta otras fuerzas, entre otras, el peso del propio fluido. Por ejemplo, un vaso lleno con agua; que se encuentra solamente sometido a la presión atmosférica.

El área superior, donde está en contacto el agua con el aire está sometida a una fuerza debido a la presión atmosférica igual a:

$$F = (P_{atm})\ (A)$$





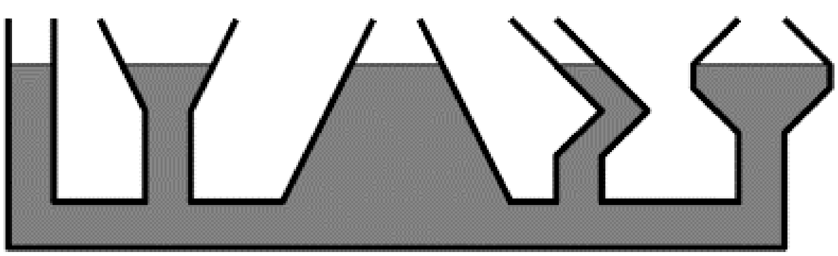
Pero hay una diferencia en la presión entre la superficie del agua y el fondo del vaso, debido al propio peso del agua, es decir que el punto de más abajo, en el fondo del vaso, se encuentra sometido a mayor fuerza, pues no solo debe soportar la fuerza de la presión atmosférica, sino también el propio peso del fluido.

La presión en función de la altura es:

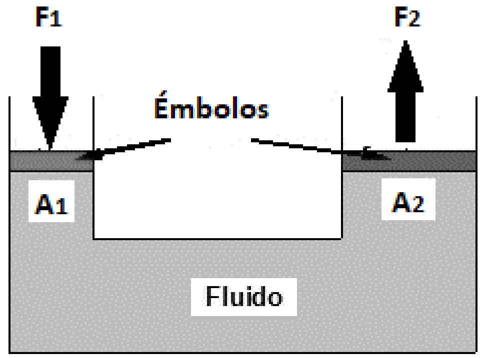
$$P = P_{atm} + \rho g h,$$

La presión ejercida es igual en cualquier punto que se encuentre a la misma profundidad (h).

El fenómeno de *los Vasos Comunicantes*, que gracias al principio de Pascal explica por qué si hay varios recipientes conectados, sin importar la forma de estos, al llenarlos con algún fluido, la altura que alcanza el fluido será la misma en cada recipiente.



Una aplicación relevante del principio de Pascal es la prensa hidráulica, que es un mecanismo conformado por vasos comunicantes que contienen un fluido y dos pistones de diferentes áreas.

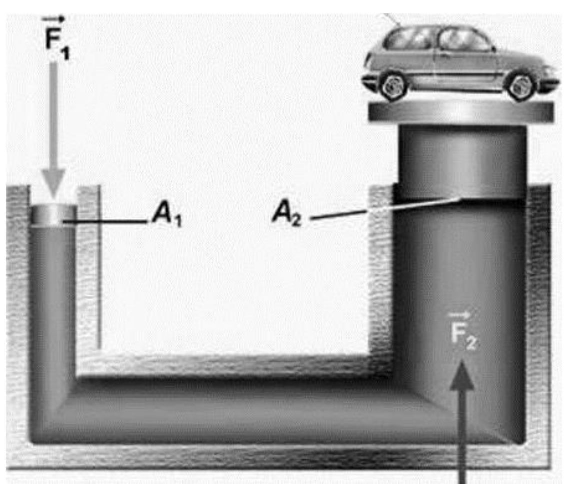


Este mecanismo permite incrementar la fuerza aplicada sobre el pistón de menor área (A_1), obteniendo una fuerza mayor sobre el pistón de mayor área (A_2). Esto genera un cambio en la presión del fluido que se transmite íntegramente de un émbolo a otro, en consecuencia, F_2 es mayor que F_1. De acuerdo con el principio de pascal tendríamos lo siguiente:

$$p_1 = p_2 \rightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \rightarrow F_2 = \frac{F_1 A_2}{A_1}$$

Ejemplo

Un automóvil de 1000 kg se encuentra sobre un pistón que tiene un radio de 1 metro, en el otro extremo de la prensa hidráulica hay un pistón de 0.05 metros. ¿Qué fuerza se debe de aplicar sobre el pistón de menor diámetro para elevar el automóvil?



Datos	Fórmula y sustitución de datos	Resultado
m_a = 1000 Kg F_1 =? $F_2 = (m_a)(g)$ r_1 = 0.05 m r_2 = 1 m $A_1 = \pi\, r_1^2$ $A_2 = \pi\, r_2^2$	Primero calculemos la fuera F_2: $$F_2 = (1000kg)\left(9.81\frac{m}{s^2}\right) = 9810\ N$$ Después calculemos las áreas: $A_2 = (\pi)(1\ m)^2 = 3.1416\ m^2$ $A_1 = (\pi)(0.05\ m)^2 = 0.00785\ m^2$ De acuerdo con el principio de pascal: $P_1 = P_2$ Por lo cual: $\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$ Despejando: $F_1 = \left(\frac{F_2}{A_2}\right)(A_1)$ Sustituyendo valores: $F_1 = \left(\frac{9810\ N}{3.1416\ m^2}\right)(.00785\ m^2) = 24.525\ N$	$F_1 = 24.525\ N$

Actividades de aprendizaje 17

1. Se desea elevar un cuerpo de 1200 kg utilizando una prensa hidráulica el émbolo mayor es de 40 cm de radio y émbolo menor de 4 cm de radio. Calcula la fuerza que se debe aplicar en el émbolo menor.
2. ¿Cuál es la fuerza aplicada al pistón menor de una prensa hidráulica si se logra una fuerza de 3500 N? Los pistones son de 6 cm y 20 cm de radio.
3. Perfora con un alfiler un globo en diferentes lugares, después llena el globo de agua colocándolo en el grifo, observa lo que sucede y escribe tu explicación.

Sugerencias de apoyo

Para apoyarte en la comprensión de esta temática, observa los siguientes videos y contesta a las preguntas.

Principio de *Pascal* – Globo con aire atrapado en agua https://www.youtube.com/watch?v=SLJcJoQ0sHk

Principio de Pascal https://www.youtube.com/watch?v=MtzP2_3UrwA&t=4s

Actividades de aprendizaje 18

1. Explica porque el globo se hace más grande o más pequeño dentro del agua.
2. Anota por lo menos 3 ejemplos de aplicación del Principio de Pascal mencionados en el segundo video.

Subtemas: *Presión absoluta*
Presión manométrica
Presión atmosférica

Aprendizaje 3: ***Comprende (N2)*** *la relación entre la presión absoluta, la presión manométrica y la presión atmosférica*

Conocimientos previos	Conceptos clave
Presión Densidad Peso	Presión absoluta Presión manométrica Presión atmosférica

Te has preguntado: ¿si el aire tiene peso? Si es así, ¿sentimos el peso del aire que hay sobre nuestra cabeza?

El aire es materia por lo tanto es atraído hacia la tierra, entonces el aire como todo tipo de materia tiene un peso. Pues bien, retomando el concepto de presión, que es la fuerza ejercida por unidad de área (P=F/A). Podemos decir que este aire ejerce una fuerza sobre nuestra cabeza y no solamente sobre nuestra cabeza, ya que al ser un fluido la presión se ejerce en todas direcciones; a dicha presión se le conoce como presión atmosférica. Este fenómeno fue descubierto por Evangelista Torricelli en el año de 1643.

La presión atmosférica a nivel del mar es de una atmósfera, que equivale a la presión que ejerce una columna de agua de 10 m o una columna de mercurio de 760 mm de altura, usando la expresión para la presión hidrostática y cualesquiera de los datos anteriores se encuentra que una atmósfera (atm) en el SI equivale a:

$$1 \text{ atm} = 101{,}325 \text{ Pa}$$

La **presión atmosférica** es el peso de la atmósfera sobre la superficie de la tierra y se mide con un aparato llamado barómetro por lo que también se conoce como presión barométrica.
La **presión absoluta** es el resultado de sumar la presión ejercida por un sólido o un fluido sobre un cuerpo más la presión atmosférica.

Se conoce con el nombre de **presión manométrica** al resultado de la diferencia que hay entre la presión absoluta y la presión atmosférica, los aparatos que se utilizan para medir este tipo de presión reciben el nombre de manómetros. En general los aparatos para medir la presión usan como referencia la presión atmosférica y miden la diferencia entre la presión absoluta y la presión atmosférica, llamándole a este valor presión manométrica.

$$P_{abs} = P_{man} + P_{atm}$$

Ejemplos

1. Un libro de 1 kg de masa se encuentra sobre una mesa ocupando una superficie de contacto de 1.4 X 10^{-4} m^2, ¿cuál es la presión absoluta? Si la presión atmosférica es de 101.39 kPa

Datos	Fórmula y sustitución de datos	Resultado
m = 1 kg A = $1.4X10^{-4}$ m^2 P_{atm}=101.39 kPa	Primero calculemos la fuerza que es el peso de libro. F = m g = (1 kg) (9.8 $\frac{m}{s^2}$) La presión. $P = \frac{F}{A} = \frac{9.8\ N}{1.4X10{-}4\ m2} =$ 0.7 kPa) $P_{abs} = P_{man} + P_{atm}$ P_{abs} = 0.7 kPa + 101.39 kPa	P_{abs} = 102.09 kPa

2. Si el aire pesa cuando extendamos la mano, cargamos sobre nuestra palma 300 kg, ¿por qué no sentimos dicho peso?

Respuesta

Sobre la palma de la mano tenemos el peso del aire, pero al estar la mano inmersa en el aire la presión en la parte superior es igual en la parte inferior; por lo que se equilibran y no sentimos tal peso.

3. En un taller mecánico tienen un tanque abierto de 1.2 m de alto lleno de aceite. Calcula la presión absoluta en el fondo del recipiente, si la densidad del aceite es de 920 kg/m^3.

Datos	Fórmula y sustitución de datos	Resultado
h = 1.2 m ρ= 920 kg/m³ g = 9.8 m/s P_{atm}= 101300 Pa	Primero calculemos la presión hidráulica que es la presión manométrica $P_{man}= \rho gh = (920\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3})(\ 9.8\ \frac{\text{m}}{s^2})(\ 1.2\ \text{m})$ $= 10{,}819.2$ Pa Ahora calculemos la presión absoluta $P_{abs} = P_{man} + P_{atm}$ P_{abs} = 101,300 Pa+10,819.2 Pa P_{abs} = 112,119.2 Pa	P_{abs}= 112,119.2 Pa

Actividades de aprendizaje19

1. Un submarino se encuentra a la profundidad de 200 m bajo el mar. Si la densidad del agua de mar es de 1025 Kg/m³, calcular la presión absoluta que se ejerce sobre el submarino?

2. ¿Cuál es la presión hidrostática sobre un buzo a una profundidad de 50 m bajo el agua? ¿Qué fuerza ejercerá sobre una superficie de 160 cm² situada a esa profundidad?

3. En una fábrica se usan contenedores para almacenar parafina, si las dimensiones de dichos contenedores son de 3 m de largo, 3 m de ancho y 2 m de profundidad. La densidad de la parafina es de 800 Kg/m³. Calcular:

a) La presión sobre el fondo del recipiente cuando está lleno.
b) La fuerza aplicada sobre la base

<u>Subtema</u>: *Principio de Pascal:*
La prensa hidráulica
Principio de Arquímedes:
Peso aparente
Fuerza de flotación

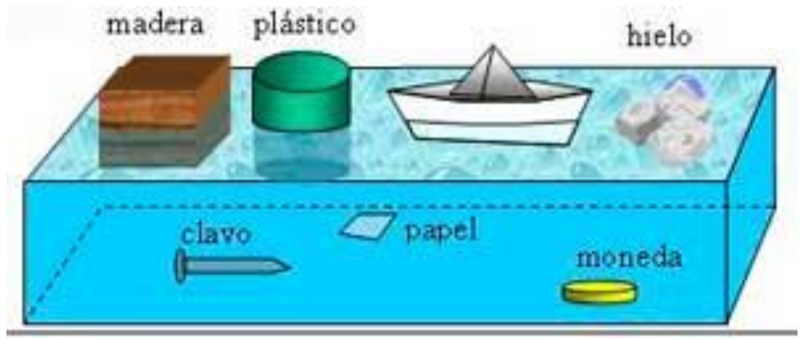
<u>Aprendizaje 4</u>: ***Aplica (N3)*** *los principios de Arquímedes y Pascal en la resolución de problemas.*

Conocimientos Previos	**Conceptos Claves**
Peso Volumen Densidad	Empuje Peso especifico Peso aparente

Principio de Arquímedes

Se sabe que en la naturaleza hay objetos que flotan y otros que se hunden, por ejemplo; al lanzar una piedra y una botella de vidrio sellada al rio, la primera se hunde, mientras que la segunda flotará. En principio se puede pensar que la piedra se hunde debido a que tiene mayor peso que la botella, sin embargo, esto no explica por qué podemos navegar en un barco, el cual tiene un peso mucho mayor que la piedra y no se hunde.

Un objeto flota o se hunde al estar inmerso dentro de un fluido al comparar las densidades. Si la densidad del fluido es mayor que la del objeto, este flotara y si el fluido es menos denso que el objeto, este se hundirá.



Arquímedes estableció las bases de la hidrostática al descubrir el principio que lleva su nombre, que explica las circunstancias bajo las cuales los cuerpos pueden flotar.

Arquímedes y la Corona del Rey Herón.

En la Grecia antigua Herón rey de Siracusa, quien era una persona ostentosa mandó a fabricar una corona de oro macizo, para ello proporcionó a un joyero un lingote de oro puro. Cuando recibió su corona empleando una balanza comprobó que el peso de la corona era el mismo de la cantidad de oro que había entregado, sin embargo, sospechaba que el joyero había mezclado parte del oro con plata para así quedarse con una cantidad del oro para sí mismo. Ante dicha incertidumbre Herón pidió a Arquímedes determinar los componentes de la corona sin hacerle el menor daño.

La solución al problema encomendado llegó un día que Arquímedes se encontraba tomando un baño, al estar en la bañera se percató que, al sumergir su cuerpo en agua este desplazaba una cantidad de líquido igual al volumen de su cuerpo. La felicidad que embargó a Arquímedes en ese momento provocó que saliera del baño corriendo y gritando “eureka” (que en griego significa lo he encontrado).

Con este descubrimiento Arquímedes determinó que solo debía de introducir un lingote de oro con el mismo peso de la corona en agua y si este desplazaba la misma cantidad de líquido la corona era de oro puro y en caso contrario contendría otro material además de oro.

Empuje o Fuerza de Flotación

Cuando sumerges una pelota en agua te habrás percatado que ésta es empujada hacia arriba por el agua.

La fuerza que el líquido ejerce sobre el cuerpo se conoce como **Empuje** o **Fuerza de Flotación**. El objeto desplaza una cantidad de agua, igual al volumen del cuerpo que se sumerge, que se determina con la relación:

$$E = \rho g V$$

donde:

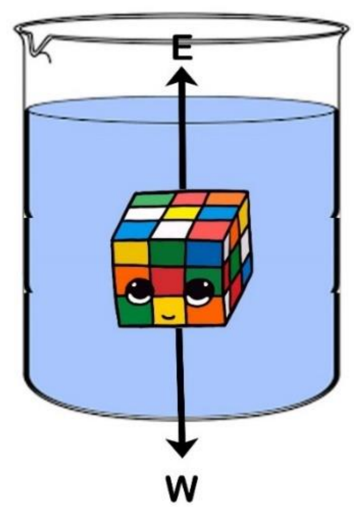
ρ es la densidad del líquido [$\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$].

g es la gravedad [9.81$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$].

V es el volumen del líquido desplazado o el volumen del cuerpo que está sumergido [m^3].

E es el empuje [N (Newtons)].

Es importante resaltar que el producto ρg se conoce como peso específico y tiene unidades de $[\frac{N}{m^3}.]$



$$Pe = \rho g$$

Así que el empuje se puede expresar como:

$$E = PeV$$

Para determinar si un objeto flota o se hunde, se compara el peso (W) del mismo y el empuje (E) que recibe del líquido en que está inmerso.

Un cuerpo inmerso en un líquido presenta un menor peso que fuera de él debido al empuje, a esto se le conoce como peso aparente y se calcula como:

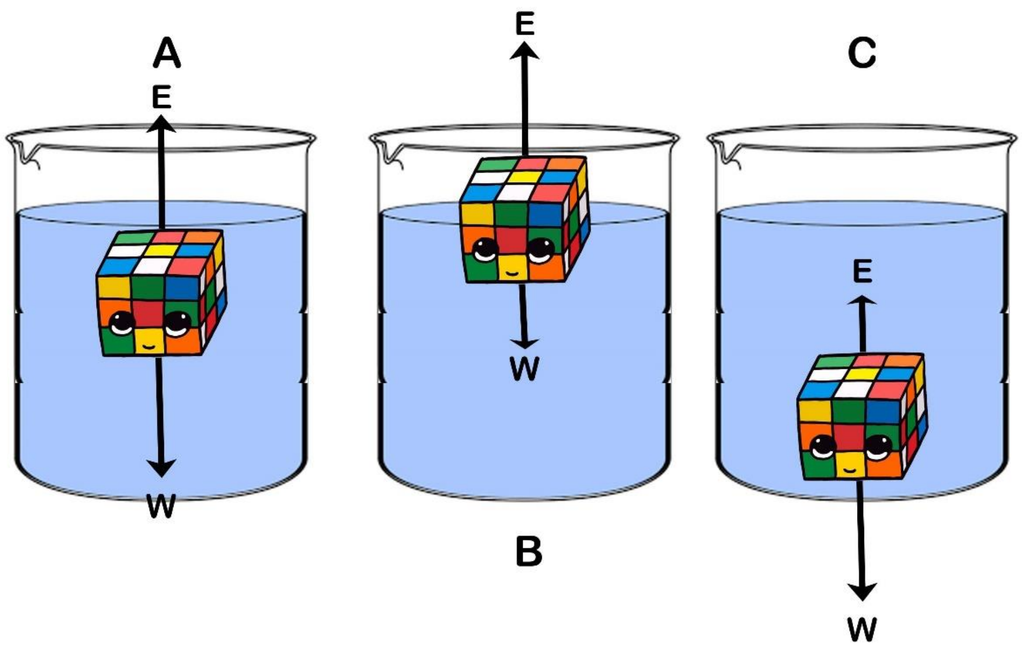
$$W_a = W - E$$

Al comparar el peso y el empuje tenemos tres casos posibles para los objetos.

A. Si el empuje y el peso son iguales (*E*=*W*), el cuerpo queda sumergido dentro del líquido sin hundirse o flotar (está en equilibrio)

B. Si el empuje es mayor que el peso (*E*>*W*), el cuerpo flota quedando una sección de éste sumergido en el agua, por lo cual el volumen desplazado es igual al volumen inmerso en el agua (no es el volumen total del cuerpo).

C. Si el empuje es menor que el peso (*E*<*W*), el cuerpo se hunde.



Ejemplo

Dos cajas idénticas cuyas dimensiones son 30 cm x 10 cm x 10 cm, con un peso de 3.045 kg se colocan en dos recipientes que contienen agua simple ($\rho_a = 1000\ kg/m^3$) y agua de mar ($\rho_{am} = 1027\ kg/m^3$) respectivamente.

a) Explica si alguna de las cajas flotará o las dos se hunden.

b) En caso de que la caja se hunda, determina el peso aparente.

c) Si la caja flota, determina el volumen sumergido.

Datos	Fórmula y sustitución de datos	Resultados
$m = 3.045\ kg$	a) Sabemos que un objeto flota si su densidad es menor que la del líquido.	El agua simple y la de mar tienen diferentes

Dimensiones: 30 cm x 10 cm x 10 cm $\rho_a = 1000\ kg/m^3$ $\rho_{am} = 1027\ kg/m^3$	Primero hay que determinar el volumen de la caja. $V = (0.3\text{ m})(0.1\text{ m})(0.1\ m)$ $V = 3x10^{-3}m^3$ Ahora hay que determinar la densidad de la caja. $\rho_C = \frac{m}{V} = \frac{3.045\ kg}{3x10^{-3}m^3}$ $\rho_C = 1015\ kg/m^3$ Comparamos los valores de las densidades. $\rho_C > \rho_a$ $\rho_C < \rho_{am}$ La caja se hunde en el agua simple, pero flota en el agua de mar. b) Como la caja se hunde en el agua simple, hay que calcular el peso aparente. $W_a = W - E$ Determinamos el peso de la caja. $W = mg = (3.045\ kg)(9.81m/s^2)$ $W = 29.87\ N$ Y para el empuje, hay que considerar que el volumen es el de la caja, debido a que se hunde. $E = \rho gV = (1000\ kg/m^3)(9.81\ m/s^2)(3x10^{-3}m^3)$ $E = 29.43\ N$ Así que el peso aparente es: $W_a = W - E = 29.87\ N - 29.43\ N$ $W_a = 0.44\ N$	densidades, por lo cual el objeto que se coloca en los recipientes en uno de los casos flota y en otro se hunde. Como la diferencia de densidad del objeto y la del agua es pequeña, al hundirse el peso aparente es pequeño. De la misma forma, al comparar la densidad del objeto y el agua de mar es mínima, la mayor parte del objeto se encuentra inmersa en el agua.

	c) Cuando la caja a se coloca en el recipiente con agua de mar flota, ya que tiene una densidad menor, hay que determinar el volumen de la caja que se encuentra sumergido. $$E = W$$ $$\rho_{am} g V_d = \rho_C g V$$ Donde V_d es la porción del volumen del objeto que se sumerge (X). Por lo que: $V_d = XV$. $$\rho_{am} g X V = \rho_C g V$$ $$\frac{\rho_{am} \cancel{g} X \cancel{V}}{\cancel{g} \cancel{V}} = \rho_C$$ $$X \rho_{am} = \rho_C$$ $$X = \frac{\rho_C}{\rho_{am}} = \frac{1015\ kg/m^3}{1027\ kg/m^3} = 0.9883$$ Lo que quiere decir que el 98.83% del volumen de la caja está sumergido en el agua.	

Actividades de aprendizaje 20

4. En una prensa hidráulica la fuerza ejercida sobre uno de los émbolos, de área 500 cm^2, es de 10,000 N. Si el segundo émbolo tiene un área de 50 cm^2, ¿qué fuerza se ejerce sobre él?

2. Un cuerpo tiene un volumen de 25 cm^3. ¿Qué empuje experimentará si se sumerge completamente en:
   a) agua de mar
   b) aceite de oliva
   c) mercurio?

5. En un taller mecánico se levanta un camión de 12,000 kg por medio de un elevador hidráulico, si los radios son 0.75 m y 10 cm ¿Qué fuerza se realiza en el émbolo pequeño?

Tema: Hidrodinámica: Dinámica de fluidos

Subtema: *Tipos de flujo*
Laminar
Turbulento

Aprendizaje 5: ***Distingue (N2)*** entre flujo laminar y flujo turbulento

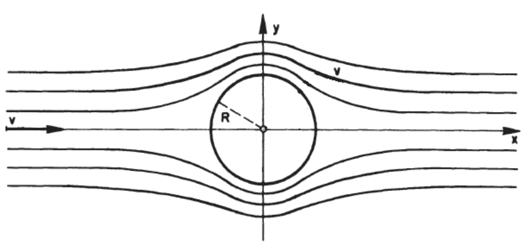
Conocimientos previos	Conceptos clave
Fluidos Densidad Presión	Fluidos en movimiento.

Los aprendizajes tratados anteriormente se han limitado al estudio de fluidos en reposo, los cuales son relativamente simples de estudiar. Ahora aquí se tratará el tema de los fluidos en movimiento, que requiere indiscutiblemente de un tratamiento matemático más sofisticado. Sin embargo, para ser congruentes con el programa de la materia, solamente se presentan las propiedades cualitativas típicas de los dos comportamientos más generales que tienen los fluidos.

Flujo laminar

El flujo laminar se presenta en un fluido (gaseoso o líquido) cuando las partículas constituyentes se mueven a lo largo de una misma trayectoria de manera suave y continua.

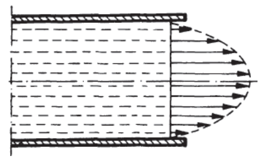
En las figuras de abajo se pueden ver un par de representaciones graficas que dan idea del comportamiento laminar.

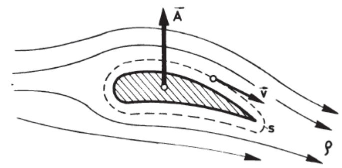


Flujo laminar producido por una esfera interpuesta ante el movimiento de un fluido.

Flujo laminar producido en el interior del cuello de botella por el cual circula el fluido.

Otros ejemplos típicos están ilustrados en las figuras siguientes, donde en particular se muestra un caso muy interesante involucrado con el perfil característico de un ala de aeronave.





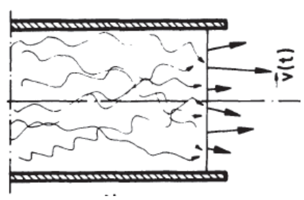
Típico perfil de velocidad que tiene un flujo laminar en el interior de un tubo cilíndrico.

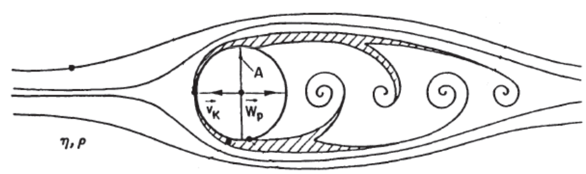
Flujo laminar producido por el perfil de un ala de aeronave, lo que permite la sustentación de esta.

Flujo turbulento

En un flujo turbulento las líneas de corriente se rompen cuando pasan alrededor de un objeto o por dentro de un ducto, generando corriente que se caracteriza por tener remolinos. Estos remolinos son la propiedad más singular del flujo turbulento que además absorbe gran parte de la energía del fluido, incrementando el arrastre por fricción a través de él.

En las figuras siguientes se pueden ver un par de representaciones graficas que dan idea del comportamiento turbulento.





Típico perfil de velocidad que tiene un flujo turbulento en el interior de un tubo cilíndrico.

Flujo turbulento producido por una esfera interpuesta ante el movimiento de un fluido.

En la imagen de la derecha se observa la típica estela turbulenta que está conformada de una serie de remolinos.

Actividades de aprendizaje 21

1.- Observa los videos y contesta las preguntas siguientes:

Flujo laminar y turbulento https://youtu.be/SfqOKmwsMH4
S3 Video 2 Flujo Laminar turbulento https://www.youtube.com/watch?v=4RYbH6Xr5XY
Flujo turbulento y Laminar https://www.youtube.com/watch?v=H9_AHM-QhEg

a) ¿Cómo se demuestra en los videos que un fluido tiene un flujo laminar o un flujo turbulento?
b) ¿Qué magnitudes físicas determinan que un fluido para tenga un flujo laminar o flujo turbulento?

2.- Describe el comportamiento de dos fenómenos naturales en donde se presente el flujo laminar y otros dos fenómenos en donde se presente el flujo turbulento.

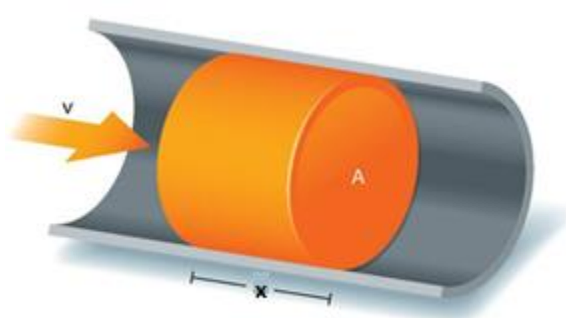
<u>Subtema</u>: *Gasto:*
De masa.
De volumen.

<u>Aprendizaje 6</u>: ***Resuelve* (*N3*)** problemas que relacionen la razón de flujo con la velocidad y el área transversal.

Conocimientos previos	Conceptos clave
Masa	Gasto másico
Volumen	Gasto volumétrico
Velocidad	Velocidad de flujo
Tiempo	Área transversal
Flujo	Ecuación de continuidad

Todos los días abres la llave de agua para lavarte las manos, usas la regadera para bañarte o los fines de semana empleas una manguera para lavar el auto o el patio. ¿Te has preguntado alguna vez cuántos litros de agua fluyen cada segundo mientras realizas alguna de las actividades mencionadas? Tal vez sí. Para saber cuánta agua utilizas durante el tiempo que llevas a cabo una de estas actividades es necesario conocer el concepto de gasto.

Definimos al *Gasto* (G) como la cantidad de fluido que recorre una tubería con una sección transversal de área A con respecto a un intervalo de tiempo t. Existen dos tipos de gastos: el gasto volumétrico y el gasto másico.



Gasto volumétrico: Es el volumen V de fluido que pasa por un punto del tubo donde la sección transversal tiene un área A en un tiempo t. Matemáticamente se expresa como:

$$G_V = \frac{V}{t} = \frac{A\,x}{t} = A\,v$$

donde:

$$G_V \text{ es gasto volumetrico } \left[\frac{m^3}{s}\right]$$
$$V \text{ es volumen } [m^3]$$
$$x \text{ es longitud de una sección del tubo } [m]$$
$$t \text{ es el tiempo } [s]$$
$$A \text{ es área } [m^2]$$
$$v \text{ es la velocidad del fluido } \left[\frac{m}{s}\right]$$

Gasto másico: Es la cantidad de masa de fluido que pasa por un punto del tubo donde la sección transversal es de área A en un tiempo t. Su expresión matemática es:

$$G_m = \frac{m}{t}$$

donde:

$$G_m \text{ es el gasto masico } \left[\frac{kg}{s}\right]$$
$$m \text{ es la masa del fluido } [kg]$$
$$t \text{ es tiempo } [s]$$

Como la masa es:

$$m = \rho V$$

$$G_m = \frac{m}{t} = \frac{\rho V}{t}$$

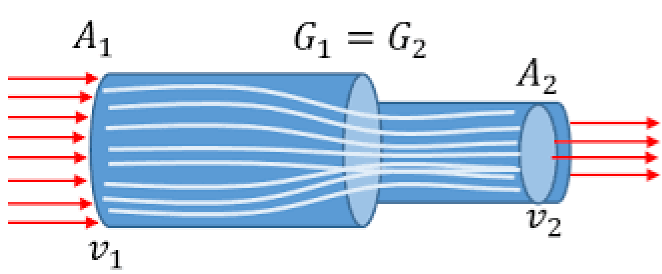
Entonces, la relación entre ambos gastos es dada por la siguiente expresión:

$$G_m = \rho G_V$$

Por otro lado, el fluido no siempre recorre tuberías con sección transversal constante, y puede haber variación del área transversal de un punto a otro. Considerando que la masa no cambia, es decir, la cantidad de fluido es la misma al pasar por ambos puntos, entonces se dice que el gasto volumétrico en el primer punto es igual a gasto volumétrico en el segundo punto, es decir,

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

Esta expresión matemática es conocida como *Ecuación de Continuidad*.



Ejemplo

En un punto de una tubería la sección transversal tiene un área de 3 x 10^{-2} m^2 y fluye agua a una velocidad de 1.5 m/s. En un segundo punto, la sección transversal tiene un área de 1.2 x 10^{-2} m^2. Determina cuál es la velocidad del agua en este punto.

Datos	Fórmulas y sustitución de datos	Resultado
$A_1 = 3 \times 10^{-2}\, m^2$ $v_1 = 1.5\ \frac{m}{s}$ $v_2 = ?$ $A_2 = 1.2 \times 10^{-2}\, m^2$	Ecuación de continuidad: $A_1 v_1 = A_2 v_2$ Despejando v_2 $v_2 = \frac{A_1 v_1}{A_2}$ Sustituyendo valores: $v_2 = \frac{(3 \times 10^{-2}\, \cancel{m^2})\left(1.5\ \frac{m}{s}\right)}{1.2 \times 10^{-2}\, \cancel{m^2}}$ $= 3.75\ \frac{m}{s}$	$v_2 = 3.75\frac{m}{s}$

Actividades de aprendizaje 22

I.- Analiza los siguientes videos sobre el concepto de gasto y contesta las preguntas.

Calcular Gasto (o caudal) en casa – hidrodinámica – Física II https://www.youtube.com/watch?v=h0CxE1o_3Vs

Ecuación de continuidad https://www.youtube.com/watch?v=eYQDfQBSbrc

a) Experimentalmente, ¿cómo se calcula el gasto volumétrico y cómo determinarías el gasto másico?

b) ¿Qué tipo de relación hay entre la velocidad del fluido con el área transversal en un punto de una tubería?

c) ¿Por qué al abrir la llave del agua, el chorro es más grueso en la parte superior y más delgado en la parte inferior?

II.- Resuelve los siguientes problemas

1. ¿Cuál es el gasto en una tubería de 7 cm de diámetro que conduce agua a una velocidad de 1.3 m/s? ¿Qué tipo de gasto es?
2. Determina la velocidad de entrada de un fluido en un tubo que tiene una sección transversal inicial de 45 cm de radio y que posteriormente ese radio se reduce a la mitad provocando que la velocidad de salida sea 56 m/s.
3. Calcula el gasto volumétrico y el gasto másico del agua por una tubería de 14 cm de diámetro, si la velocidad de flujo es de 1.4 m/s.

Subtema: *Ecuación de Bernoulli*
Fluido en reposo (Teorema de Torricelli)
Flujo a presión constante
Flujo a través de un tubo horizontal
Ecuación de Bernoulli
Ley de la conservación de la energía mecánica.

Aprendizaje 7: ***Utiliza (N3)*** *la ecuación de Bernoulli en su forma general y en su casos particulares*

Aprendizaje 8 **Comprende *(N1)*** *que la ecuación de Bernoulli es una consecuenci de la ley de conservación de la energía mecánica*

Conocimientos previos	Conceptos clave
Flujo másico (Gasto de masa) Flujo volumétrico (Gasto de volumen) Flujo estacionario Viscosidad Flujo laminar Ecuación de continuidad	Ecuación de Bernoulli Ecuación de Torricelli

Cuando abres la llave de agua para regar el jardín, observas que el agua sale con mayor velocidad por la boquilla de la manguera que está más reducida. Te has puesto a pensar ¿qué relación hay entre la velocidad y la presión del agua con la que sale de la boquilla? Para comprender y explicar este fenómeno se revisarán los siguientes conceptos.

Recordemos que la *ecuación de continuidad* establece que el producto del área trasversal por la velocidad de flujo es constante:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 = constante$$

Los fluidos incompresibles tienen que aumentar su velocidad cuando alcanzan una sección más estrecha para mantener el volumen de flujo constante. Por esta razón, una boquilla estrecha en una manguera causa que el agua salga más rápido. Si el agua incrementa su velocidad en la reducción, entonces aumenta su energía cinética. ¿De dónde sale esta energía? ¿De la boquilla? ¿De la tubería? La única manera de darle energía cinética a algo es haciendo trabajo sobre él. Este fenómeno se logra explicar con el principio de Bernoulli.

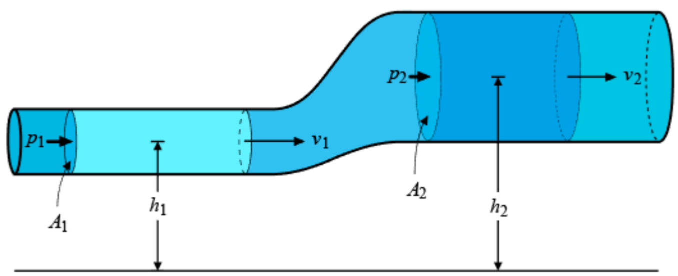
El principio de Bernoulli establece que, en puntos a lo largo de una línea horizontal de flujo, las regiones de mayor presión tienen una menor velocidad del fluido, y las regiones de menor presión tienen una mayor velocidad del fluido.

La ecuación de Bernoulli es esencialmente una forma matemática de expresar el principio de Bernoulli de forma general. Para establecer la ecuación se realizan ciertas consideraciones, tales como:

- un fluido sin viscosidad
- con flujo laminar

La ley de la conservación de la energía también se cumple en los líquidos que están en movimiento, de allí se deduce el siguiente enunciado:

"En un líquido ideal cuyo flujo es estacionario, la suma de las energías como la cinética, potencial y de presión (o energía de flujo PV) que tiene cierto líquido en un punto, es igual a la suma de estas energías en otro punto cualquiera".



Con base en la ley de la conservación de la energía, se considera la suma de los siguientes tipos de energía:

- *Energía cinética*: Debida a la velocidad y a la masa del líquido $\left(E_c = \frac{1}{2}mv^2\right)$
- *Energía potencial*: Debido a la altura del líquido, respecto a cualquier punto de referencia $\left(E_p = mgh\right)$
- *Energía de flujo o de Presión*: Originada por el trabajo realizado para el desplazamiento de las moléculas $\left(E_{flujo} = PV = P\frac{m}{\rho}\right)$

El principio de Bernoulli señala que:

"La suma de las energías en un punto inicial, deberá ser igual a las energías obtenidas en la salida"

Entonces, aplicando la ley de la conservación de la energía, tenemos:

$$E_{c1} + E_{p1} + E_{flujo\,1} = E_{c2} + E_{p2} + E_{flujo\,2}$$

Sustituyendo las ecuaciones de energía cinética y potencial, así como la de flujo, tenemos:

$$\frac{1}{2}m{v_1}^2 + mgh_1 + P_1\frac{m}{\rho_1} = \frac{1}{2}m{v_2}^2 + mgh_2 + P_2\frac{m}{\rho_2} \qquad \text{ecuación 1}$$

Al dividir la ecuación anterior entre la masa (que es el término común), obtenemos la ecuación de Bernoulli:

$$\frac{1}{2}{v_1}^2 + gh_1 + \frac{P_1}{\rho_1} = \frac{1}{2}{v_2}^2 + gh_2 + \frac{P_2}{\rho_2}$$

Otra forma de representar la ecuación de Bernoulli es dividiendo la ecuación 1 entre el volumen y considerar que $\frac{m}{V} = \rho$:

$$\frac{1}{2}\rho {v_1}^2 + \rho g h_1 + P_1 = \frac{1}{2}\rho {v_2}^2 + \rho g h_2 + P_2$$

Esta es la forma general de la ecuación, es aplicable a todas las situaciones de flujo de fluidos. Se debe tener en cuenta que la presión P es presión absoluta.

Las aplicaciones de la ecuación de Bernoulli en sus diversos casos son:

a) Fluido en reposo
b) Flujo a presión constante (Principio o Teorema de Torricelli)
c) Flujo a través de un tubo horizontal

El primer caso se presenta cuando el fluido está en reposo, es decir: $v_1 = v_2 = 0$

La ecuación de Bernoulli se reduce a:

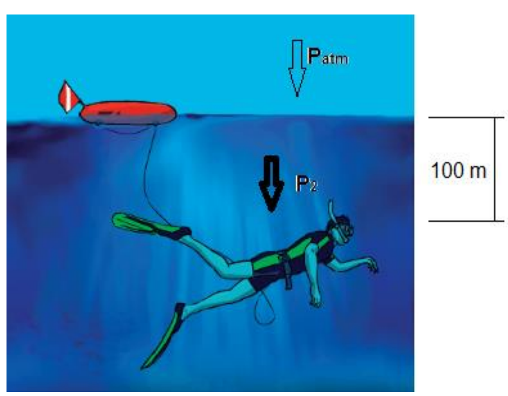
$$\rho g h_1 + P_1 = \rho g h_2 + P_2$$

Factorizando y reacomodando términos, la ecuación para un fluido en reposo es:

$$P_1 - P_2 = \rho g (h_2 - h_1)$$

Ejemplo

Un buzo se sumerge en el mar hasta alcanzar una profundidad de 100 m. Determinar la presión a la que está sometido y calcular en cuantas veces supera a la que experimentaría en el exterior, sabiendo que la densidad del agua del mar es 1,025 kg/m^3.



Datos	Fórmula y sustitución de datos	Resultados
h_2= 100 m h_1= 0 m P_1=P_{atm}= 1.013x10^5 Pa P_2= ? ρ=1025 kg/m^3 g= $9.81 m/s^2$	De la ecuación de fluido en reposo: $$P_1 - P_2 = \rho g(h_2 - h_1)$$ Despejando: $$P_2 = P_1 - \rho g(h_2 - h_1)$$ Sustituyendo valores: $$P_2 = 1.013X10^5 Pa - (1025 \text{ kg}/m^3)(9.81 m/s^2)(-100m - 0m)$$ $$P_2 = 11.06X10^5 Pa$$ ¿Cuántas veces supera a la que experimentaría en el exterior? $$\frac{P_2}{P_1} = \frac{11.06X10^5 Pa}{1.013X10^5 Pa} = 10.9 \; veces$$	$P_2 = 11.06X10^5 Pa$ $\frac{P_2}{P_1} = 10.9 \; veces$

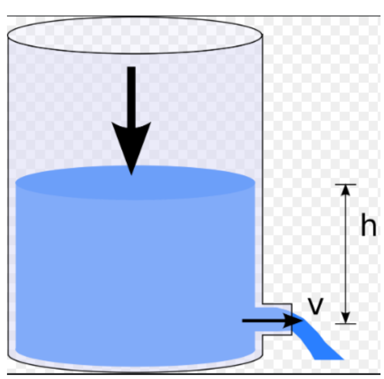
El segundo caso se presenta cuando la presión permanece constante: $P_1 = P_2$
Entonces la ecuación de Bernoulli queda:

$$\frac{1}{2}\rho {v_1}^2 + \rho g h_1 = \frac{1}{2}\rho {v_2}^2 + \rho g h_2$$

Esta ecuación se conoce como el *Teorema de Torricelli*, el cual se aplica cuando se desea encontrar la magnitud de la velocidad de salida que tiene un líquido a través de un orificio de cualquier recipiente.

Ejemplo:

En un recipiente que contiene líquido, hay un orificio que presenta una fuga. ¿Con qué velocidad sale el líquido por el orificio que se encuentra a una profundidad de 1.4 m según muestra la siguiente figura?



Datos	Fórmula y sustitución de datos	Resultados
h_1= 1.4 m h_2= 0 m h= h_1-h_2= 1.4 m ρ es constante g= 9.81m/s^2 v_2= ?	Considerando la ecuación de Torricelli, que involucra la conservación de la energía mecánica: $$\frac{1}{2}\rho {v_1}^2 + \rho g h_1 = \frac{1}{2}\rho {v_2}^2 + \rho g h_2$$ Como las densidades en los puntos son las mismas, queda: $$\frac{1}{2}{v_1}^2 + g h_1 = \frac{1}{2}{v_2}^2 + g h_2$$ Como la velocidad con la que desciende el nivel del agua es prácticamente cero (v_1=0) comparada con la velocidad con que sale por el orificio (v_2), y como $h = h_1 - h_2$ Despejando: $$g(h_1 - h_2) = \frac{1}{2}{v_2}^2$$ $$v_2 = \sqrt{2gh}$$ Sustituyendo valores: $$v_2 = \sqrt{2(9.81\ m/s^2)(1.4\ m)}$$ $$v_2 = 5.24\ \frac{m}{s}$$	$v_2 = 5.24\ \frac{m}{s}$

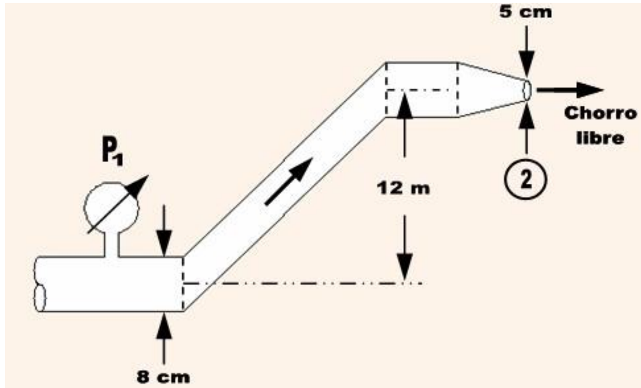
El tercer caso se presenta cuando el fluido circula por un tubo cualquiera:

Aplicando en forma general la ecuación de Bernoulli:

$$\frac{1}{2}\rho {v_1}^2 + \rho g h_1 + P_1 = \frac{1}{2}\rho {v_2}^2 + \rho g h_2 + P_2$$

Ejemplo

En la siguiente figura, el fluido que contiene la tubería es agua y la descarga libremente a la atmósfera. Para un flujo másico de 15 kg/s, determine la presión P_1 en el manómetro conociendo que la densidad del agua es 1000 kg/m^3.



Datos	Fórmula y sustitución de datos	Resultados
$G_m = 15\ \frac{kg}{s}$ h₂= 12 m h₁= 0 m $\rho = 1000\ kg/m^3$ g= $9.81 m/s^2$ v_2 =? D_2=0.05 m $A_2 = 1.96X10^{-3}\ m^2$ D_1=0.08 m $A_1 = 5.02X10^{-3}\ m^2$	De la definición de flujo másico: $$G_m = \rho v_2 A_2$$ Calculando primero la velocidad del agua en el punto 2: $v_2 = \frac{G_m}{\rho A_2}$ $$v_2 = \frac{15\ \dot{k}g/s}{(1000\ kg/m^3)(1.96X10^{-3}\ m^2)}$$ $$v_2 = 7.63\ \frac{m}{s}$$ Ahora calculando la velocidad 1: $$v_1 = \frac{G_m}{\rho A_1}$$ $$v_1 = \frac{15\ \dot{k}g/s}{(1000\ kg/m^3)(5.02X10^{-3}\ m^2)}$$ $$v_1 = 2.988\ \frac{m}{s}$$ Aplicando la ecuación de Bernoulli entre los puntos 1 y 2. $$\frac{1}{2}\rho {v_1}^2 + \rho g h_1 + P_1 = \frac{1}{2}\rho {v_2}^2 + \rho g h_2 + P_2$$ Despejando la presión en el punto 1 y sustituyendo: $$P_1 = \frac{1}{2}\rho({v_2}^2 - {v_1}^2) + \rho g(h_2 - h_1) + P_2$$	$v_2 = 7.63\ \frac{m}{s}$ $v_1 = 2.988\ \frac{m}{s}$ $P_{man1} = 1.417X10^5 Pa$

	$P_1 = \frac{1}{2}(1000\ Kg/m^3)[(7.63\ \frac{m}{s})^2 - (2.988\ \frac{m}{s})^2]$ $+ (1000\ Kg/m^3)(9.81\ m/s^2)(12\ m)$ $+\ 1.013X10^5 Pa$ $P_{1absoluta} = 243664.378\ Pa = 2.43X10^5 Pa$ De la presión absoluta: $P_{abs1} = P_{atm} + P_{man1}$ Despejando P_{man1} y sustituyendo: $P_{man1} = P_{abs1} - P_{atm}$ $P_{man1} = 2.43X10^5 Pa - 1.013X10^5 Pa$ $P_{man1} = 1.417X10^5 Pa$	

Actividades de aprendizaje 23

Resuelve los siguientes problemas:

1. Calcula la diferencia de presión entre dos puntos dentro de una alberca situados a 80 cm y 2 m de la superficie, respectivamente. ($\rho_{agua} = 1000\ kg/m^3$).
2. Determina a qué altura se debe perforar un orificio en un depósito, para que el líquido contenido salga con una velocidad de 9 m/s.
3. Se suministra agua a una casa por una tubería de 2 cm de diámetro interior, con una presión absoluta de $4x10^5$ Pa. La tubería que desemboca en el cuarto de baño del segundo piso situado a 5 m por arriba tiene 1 cm de diámetro interior. Si la velocidad del agua en la tubería que entra es de 4 m/s, determinar la velocidad y la presión en el cuarto de baño.

BIBLIOGRAFÍA

BÁSICA

Referencia	Claves de colocación en biblioteca UNAM
Bueche, F., y Hecht, E. (2017). Física general (12ª ed.). México: Mc GrawHill	QC23 B84
Giancoli, D. C. (2016). Física, principios con aplicaciones (7ª ed.). México: Pearson.	QC23 G5418
Haliday, D., Resnick, R. y Walker, J. (2011). Fundamentos de Física, Volumen I y II, 8ª ed., México: Grupo Editorial Patria	QC21 R418
Hewitt, P. G. (2012). Física Conceptual (10ª ed.). México: Trillas.	QC23 H479218
Jones, E. y Childers, R. (2010) Física contemporánea, 5ª ed. México: Mc Graw Hill	QC21.2 J6518
Tippens, P. E. (2011). Física, Conceptos y Aplicaciones, 7ª ed. México: Mc GrawHill.	QC21.1 T5518
Zitzewitz, P. W., Neff, R., & Davis, M. (2002). Física, volumen 1. México: Mc Graw-Hill.	QC32 Z5718

COMPLEMENTARIA

Referencia	Claves de colocación en biblioteca UNAM
Alonso, M., y Rojo, O. (1990). Física: Mecánica y Termodinámica. México: Fondo Educativo Interamericano.	QC23 A5
Cromer, Alan (2012). Física para las ciencias de la vida, 8ª ed. México: Editorial Reverte.	QC23 C76
Hecht, E. (2000). Física I álgebra y trigonometría, 2ª ed. México: International Thomson Editores.	QC23 H43
Resnick, R. Halliday, D. y Krane, K. (2015). Física, volúmenes 1 y 2, 5ª ed. México: Editorial John Wiley & Son.	QC21 R418
Riveros, R. Héctor, *et al*. (2000). Experimentos impactantes 1, mecánica y fluidos. México: Editorial Trillas.	QA901 R48

CIBERGRAFÍA[2]

Unidad 1

1. El Universal, (2013/enero/29), *Ciencia Para Ti: ¿Por qué no te caes de una bicicleta?,* URL: https://www.youtube.com/watch?v=XEP83QozuIM
2. ExpDemoUniandes, (2010/ag/6), *Experimento aceleración centrípeta*, URL: https://youtu.be/QEW6BEj9dh8
3. Galarreta Ana Paula, [PUCP], (2017/oct/12), *¿Qué es la fuerza centrípeta y la fuerza centrífuga?*, URL: https://goo.gl/kyWHVq
4. PIE UCM, (2013/nov/8), *Momento angular en una rueda de bici*, URL: https://youtu.be/4vLaaAyBYF4
5. SergiodeTigre, (2009/sep/13), *Aceleración centrípeta*, URL: https://goo.gl/xF1diq
6. TestLab, [PUCP], (2016/abril/19), *¿Qué es momento angular?,* URL: https://www.youtube.com/watch?v=xhYfxYpWRQc
7. Yusmi Ospino, [La ciencia de lo absurdo], (2016/jul/27), *Fuerza Centrípeta*, URL: https://youtu.be/kj3bZ-qzgGQ

Unidad 2

1. Amador Oscar, (2011/mayo/10), Flujo turbulento y Laminar, URL: https://www.youtube.com/watch?v=H9_AHM-QhEg
2. Becerra Humberto, (2016/sep/23), Ecuación de continuidad, URL: https://www.youtube.com/watch?v=eYQDfQBSbrc
3. Darkcacher3, (2010/jul/23), Flujo laminar y turbulento, URL: https://youtu.be/SfqOKmwsMH4
4. DeferredAlan, (2017/oct/6), Calcular Gasto (o caudal) en casa, URL: https://www.youtube.com/watch?v=h0CxE1o_3Vs
5. Huamani Efrain, (2015/ag/14), S3 Video 2 Flujo Laminar turbulento, URL: https://www.youtube.com/watch?v=4RYbH6Xr5XY
6. Mr. Acertijo, (2012/abril/12), *Principio de Pascal*, URL: https://www.youtube.com/watch?v=MtzP2_3UrwA&t=4s
7. Rodríguez Ojeda Julio Germán, (2014/mayo/28), *Principio de Pascal - Globo con Aire Atrapado en Agua*, URL: https://www.youtube.com/watch?v=SLJcJoQ0sHk

[2] Esta integrada por los 14 videos que se recomiendan en esta guía, se consultaron por última vez en julio de 2019, con el fin de economizar espacio, nos reservamos poner este dato en cada uno de ellos.

AUTOEVALUACIÓN

Ya que hayas estudiado el contenido de esta guía y resuelto las 23 actividades de aprendizaje, resuelve esta parte, cuando termines, compara el resultado que te proporcionamos de algunos de los reactivos formulados.

1. Un niño juega con un yoyo atado a una cuerda de 80 cm, lo hace girar sobre su cabeza en una circunferencia, completando una vuelta en 2 segundos. Calcula la velocidad angular y lineal del yoyo. **Respuesta**: ω = 3.14 rad, V_t = 2.5 m/s

2. Un auto recorre una pista circular de 240 m de radio, si tiene una frecuencia de 6 rpm, ¿cuántas vueltas da en 3 minutos?

3. Un cuerpo rota con una velocidad angular constante de 20 rad/s y tiene un momento de inercia de 10 Kgm^2. Halle su momento angular. **Respuesta**: L = 200 kgm^2/s

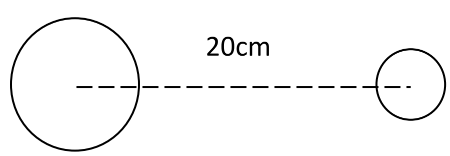
4. La ________________________, señala que cada planeta del sistema solar describe una órbita elíptica con el Sol situado en uno de los focos de la elipse.

5. La distancia entre el Sol y Venus es de 1.082 x 10^8 km, la masa del Sol es de 1.989 X10^{30} kg y la de Venus 4.869 x 10^{24} kg. Calcula la fuerza de atracción entre el Sol y Venus. **Respuesta:** F= 55.17 x 10^{21} N

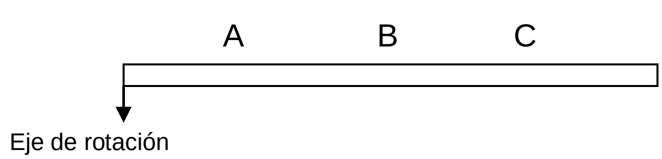
6. *La torca (τ)* aplicada alrededor de un eje produce una rotación por la fuerza que actúa sobre el cuerpo. La torca es una cantidad vectorial debida al producto de los vectores fuerza ($\vec{F}$) y brazo de palanca ($\vec{r}$), ¿cuál es el modelo matemático que la representa?

7. El peso de los cuerpos en nuestro planeta no es constante debido a que varía con la altura. Si el peso de un cuerpo a nivel del mar (considera la altura como r) es de $\boldsymbol{p} = \mathbf{980}\ \boldsymbol{N}$ ¿A qué altura sobre la superficie de la Tierra ese cuerpo tendrá un peso de: a) 490 N, b) 245 N? **Respuesta**: a) $h_1 = \sqrt{2}$ r; b) h_2= 2r

8. Calcula el centro de masa dos cuerpos que se encuentran separados 20 cm y cuyas masas son m_1 = 4 kg y m_2 = 10 kg, como se muestra en la figura.



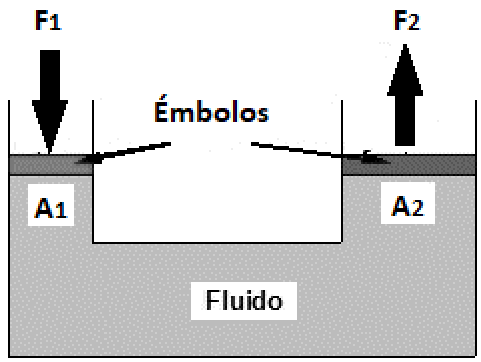
9. Sobre una varilla delgada de masa despreciable y 1 m de longitud se colocan 3 masas, la primera de 1 kg a 25 cm del eje de rotación, la segunda de 3 kg a 50 cm y la tercera de 2 kg a 75 cm. Calcula el momento de inercia del sistema.
Respuesta: I = 2.5 kgm^2



10. Un artesano requiere replicar una figura sólida e irregular, pero no conoce el material empleado en ella, entonces decide medir el volumen y la masa de la figura cuyos valores son 800 cm^3 y 720 g respectivamente. Determina la densidad del material empleado e investiga de cual se trata.

11. Determina la masa de un cilindro de hierro, que tiene un diámetro de 8 cm y una altura de 12cm, si sabemos que su densidad es $\rho = 7.87\ \frac{g}{cm^3}$ **Respuesta = 4.74 kg**

12. Explica el principio físico que se ejemplifica en la figura mostrada abajo y describe la aplicación que tiene.



13. La presión atmosférica se mide en atmósferas. A partir de la definición de atmosfera (atm) encuentra su equivalencia con los Pascales (Pa), sabiendo que la densidad del mercurio es 13 600 kg/m^3.

14. Calcula la profundidad del mar a la que hay una presión de 2 atm, si se sabe que el agua de mar tiene una densidad de 1.03 g/cm^3. **Respuesta**: 20 m

15. Los ingenieros emplean el barómetro para determinar la altura de edificios muy altos. Si la lectura obtenida en la parte elevada es de 732 mm de Hg, mientras que a nivel del piso es de 730 mm, determina la altura del edificio. Recuerda que la densidad del aire es 1.18 kg/m^3 y la del mercurio de 13 600 kg/m^3. **Respuesta** 23 m

16. Por una tubería de 6 cm^2 de área, circula un fluido a una velocidad de 0.8 m/s.
   a) Si el área se duplica, ¿Qué sucede con la velocidad?
   b) Determina el área de la tubería en la cual el fluido aumenta su velocidad a 2 m/s.

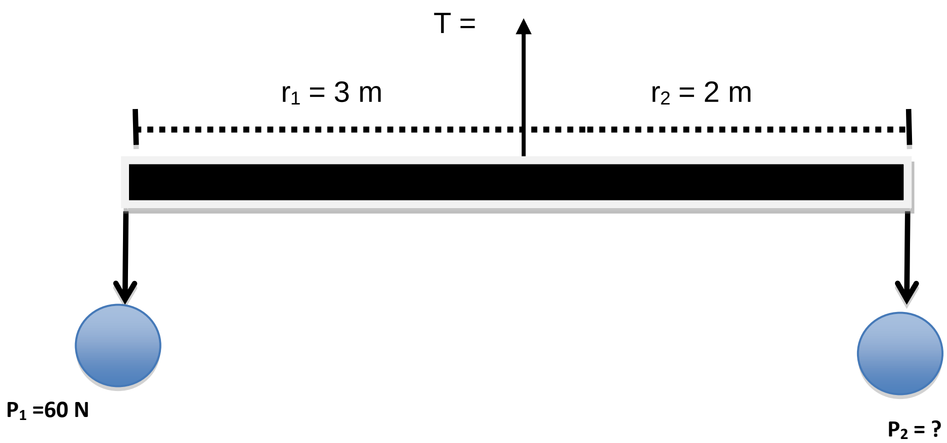
Respuesta b) $2.4 \times 10^{-4}\ m^2$

17. Un engrane gira a 4 rev/s aumenta su frecuencia a 100 rev/s en 6 s. Determina el valor de su aceleración angular en rad/s^2. **Respuesta:** $\alpha = 100.53\ rad/s^2$

18. Un cuerpo tiene un radio de giro de 15 cm y un periodo de medio segundo. Determina los valores de la velocidad angular y la velocidad lineal del cuerpo.
Respuesta: ω= 12.56 rad/s v_L = 1.88 m/s

19. Una roca cuya masa es de un kilogramo, se encuentra en la Luna, en un punto donde el radio lunar es de 1.74×10^{6} m; si se considera la masa de la luna de 7.25×10^{22} kg. ¿Cuál es el valor de la fuerza gravitacional que ejerce la Luna sobre la roca? **Respuesta**: F = 1.597 N

20. Sobre una barra uniforme de 5 m de longitud, colgada del techo, se coloca un peso de 60 N a 3 m del punto de apoyo, como lo muestra la figura:



Determina:

a) El valor del peso que debe aplicarse en el otro extremo de la barra para que quede en equilibrio.

b) El valor de la tensión que soporta el cable al sujetar la barra, considerando el peso de la barra con valor de cero. **Respuesta:** P_2 = 90 N T= 150N

21. Se tienen 15,000 litros de gasolina, cuya densidad es de 700 kg/ m^3. Calcula la masa y el peso de la gasolina. **Respuesta:** m = 10,500 kg P= 103,005 N

22.- A qué altura máxima subirá el agua por una tubería, desde una cisterna, si se bombea con una presión de 3×10^{5} Pa. La densidad del agua es de 1000 kg/m^3.
Respuesta: h = 30.58 m

23. A una prensa hidráulica se le aplica una fuerza en el émbolo menor de 400 N, de diámetro desconocido, produciendo una fuerza de 4,500 N en el émbolo mayor, cuyo diámetro es de 50 cm. ¿Cuál es el diámetro del émbolo menor de la prensa hidráulica? **Respuesta**: diámetro = 14.9 cm

24. Por una tubería de 5 cm de diámetro circula agua a una velocidad de 4 m/s. En un parte de la tubería hay un estrechamiento y el diámetro es de 2.54 cm. ¿Cuál será el valor de la velocidad del agua en ese punto? **Respuesta**: v_2 = 15.5 m/s

Recomendaciones al alumno antes de presentar examen extraordinario

- ☺ Prepara con tiempo el examen extraordinario de una forma continua.
- ☺ Efectúa una lectura general de la guía para conocer el contenido y formato.
- ☺ Con el fin de que adquieras los aprendizajes propuestos en el programa de estudios, revisa el contenido de cada uno de los temas, subtemas presentados en esta guía.
- ☺ Realiza las 23 actividades de aprendizaje y la autoevaluación en hojas aparte, recuerda que, **para presentar el examen, debes entregar la guía resuelta.**
- ☺ Asesórate con los profesores asesores del PIA
- ☺ Una vez resuelta tu guía, asiste a que te la sellen en el Área de Ciencias Experimentales, situada en el 2º piso del edificio "L"
- ☺ El día del examen preséntate con la guía resuelta y sellada, al igual que con una identificación tuya con fotografía.
- ☺ Te recomendamos que también tengas ese día a la mano, una copia de tu inscripción al examen.

Los autores, esperamos que el estudio y resolución de esta Guía de Física III, te oriente en la presentación de tu examen extraordinario y tengas un resultado exitoso.